

## 2. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik II

Sommersemester 2011

C. Hartmann

Abgabe bis Mittwoch, 11. Mai, 14.00 Uhr

### Aufgabe 1 (Kondition 1, 4 Punkte)

$\lambda_n(K, I)$  bezeichne die Lebesguekonstante bezüglich der Knotenmenge  $K$  auf dem Intervall  $I$ . Dabei seien  $K = \{x_0, \dots, x_n\} \subset I$  paarweise verschiedene Knoten, die durch die Affintransformation

$$\chi : I \mapsto I_0 = [-1, 1], \quad x \mapsto \frac{2x - a - b}{b - a}$$

auf die Knotenmenge  $K_0 = \chi(K)$  abgebildet werde. Zeigen Sie, dass die Lebesguekonstante invariant unter dieser Transformation ist, d.h.

$$\lambda_n(K, I) = \lambda_n(K_0, I_0).$$

Wie hängt die Lebesgue-Konstante mit dem Abstand der Stützstellen zusammen?

### Aufgabe 2 (Kondition 2, 3 Punkte)

Die *absolute* Kondition der Polynominterpolation ist durch die Lebesgue-Konstante gegeben, es gilt also  $\kappa_{\text{abs}} = \lambda_n$ . Wie sieht die *relative* Kondition des Problems aus?

### Aufgabe 3 (Matlab-Aufgabe, 5 Punkte)

- Schreiben Sie ein Programm, das das Interpolationspolynom bzgl. der Knoten  $x = (x_0, \dots, x_n) \subset [a, b]$  an der Stelle  $z \in [a, b]$  berechnet. Verwenden Sie dazu die Methode von Lagrange.
- Plotten Sie das Interpolationspolynom von  $f(x) = \exp(x)$  auf dem Intervall  $I = [-3, 3]$  mit (i) äquidistanten Knoten und (ii) in den transformierten Tschebyscheff-Knoten  $x_k = 3 \cos\left(\frac{2k+1}{2n+2}\pi\right)$  für  $k = 0, 1, \dots, n$  und 3 verschiedene Werte von  $n$ .
- Stören Sie einen mittleren Funktionswert um 0.01 und plotten Sie den Interpolanten erneut. Erklären Sie ihre Beobachtungen.

### **Allgemeines**

Alle Programme und Dokumentationen müssen pünktlich per E-Mail als Anhang an den jeweiligen Tutor geschickt werden. Die Betreff/Subject-Zeile muss dabei immer mit dem Text [CoMa2] beginnen. Aus dem Text der E-Mail muss hervorgehen, wer die Aufgaben bearbeitet hat. Zudem sind Ausdrücke der Dateien zusammen mit den Theorieaufgaben abzugeben.

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS\\_2011/Vorlesungen/CoMaII.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2011/Vorlesungen/CoMaII.php)