

4. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik II

Sommersemester 2011

C. Hartmann, S. Winkelmann

Abgabe bis Mittwoch, 25. Mai, 14.00 Uhr

Aufgabe 1 (Quadraturformel, 4 Punkte)

Bestimmen Sie das quadratische Interpolationspolynom einer Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ zu den Stützstellen $x = (0, 1, 2)$. Wie lautet die auf $p \in \mathbb{P}_2$ aufbauende Quadraturformel und für welche f liefert sie ein exaktes Resultat?

Aufgabe 2 (Newton-Côtes, 5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Newton-Côtes-Formeln Polynome vom Grade $n + 1$ exakt integrieren, wenn n gerade ist.

Aufgabe 3 (Matlab-Aufgabe, 10 Punkte)

1. Schreiben Sie zwei Matlab-Funktionen, `intRiemann(n)` und `intTrapez(n)`, die den Wert des Integrals

$$I = \int_0^1 (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4) dx$$

mit Hilfe der Riemannschen Quadraturformel

$$S_n^0 = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

bzw. der Trapezregel

$$S_n^1 = \frac{1}{2}f(x_0)(x_1 - x_0) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)(x_{i+1} - x_i) + \frac{1}{2}f(x_n)(x_n - x_{n-1})$$

berechnen. Wählen Sie dazu äquidistante Stützstellen

$$x_i = \frac{i}{n}, \quad i = 0, \dots, n$$

und testen Sie die Funktionen für die Werte $n = 100, 10000, 100000$.

2. Stellen Sie jeweils den Diskretisierungsfehler $|I - S_n^\sigma|$ und die Effizienz (Genauigkeit pro Aufwand) in Abhängigkeit von n grafisch dar.

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2011/Vorlesungen/CoMaII.php