

3. Übung zur Vorlesung
FUNKTIONENTHEORIE

SS 2011

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2011/Vorlesungen/Funktionentheorie.php

Abgabe: 10.05.2011

1. Aufgabe (4 Punkte)

Zeige, dass in $D_r(0)$ gilt

$$|\sin z| \leq \sinh r \quad \text{und} \quad |\cos z| \leq \cosh r$$

und dass in $\mathbb{C} \setminus \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} D_r(k\pi)$ für $0 < r < \frac{\pi}{2}$ gilt

$$|\cot z| \leq \frac{\cosh r}{\sinh r}.$$

2. Aufgabe (4 Punkte)

Es sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ stetig. Zeige:

a) $\left| \int_a^b \operatorname{Re}(f(t)) dt \right| \leq \left| \int_a^b f(t) dt \right|$

b) $\left| \int_a^b \operatorname{Im}(f(t)) dt \right| \leq \left| \int_a^b f(t) dt \right|$

c) $\left| \int_a^b \operatorname{Re}(e^{is} f(t)) dt \right| \leq \left| \int_a^b f(t) dt \right|.$

3. Aufgabe (4 Punkte)

Es sei $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, $t \mapsto ae^{it} + be^{-it}$ mit $a > b > 0$ gegeben. Bestimme Anfangs- und Endpunkt sowie die Spur von γ und berechne $\int_\gamma z dz$ sowie $\int_\gamma z^2 dz$.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Zeige, dass $z \mapsto \operatorname{Re} z$ in \mathbb{C} keine Stammfunktion besitzt.