Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Ralf Kornhuber, M. Wolf

1. Übung zur Vorlesung

Numerik 1

SS 2011

Abgabe: Di., 26.04.2011, 18:00 Uhr, Tutorenfächer, Arnimallee 3, 1. OG

1. Aufgabe (4 TP)

a) Zeichnen Sie für $p = 1, 2, \infty$ die Einheitssphären zur Norm $\| \cdot \|_p$ in R^2.

b) Welche dieser Normen macht R^2 zu einem strikt konvexen Raum?

2. Aufgabe (4 Zusatz-TP)

a) Sei V ein normierter, linearer Raum über R und $U \subset V$ ein unendlichdimensionaler Unterraum. Existiert zu jedem $f \in V$ eine Lösung der Bestapproximationsaufgabe

$$u \in U : \qquad \|u - f\| \leq \|v - f\| \quad \forall v \in U?$$

Geben Sie einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

b) (Vorsicht!) Sollten Sie ein Gegenbeispiel gefunden haben (und sich sicher in der Materie fühlen), geben Sie eine hinreichende Existenzbedingung für Lösungen der Bestapproximationsaufgabe in unendlichdimensionalen Unterräumen an.

3. Aufgabe (4 Zusatz-TP)
Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass $V = C[0, 1]$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$(v, w) = \int_0^1 v \, w \, dx$$

kein Hilbertraum ist.