Übungsblatt 0 zur Vorlesung Lineare Algebra II

Sommersemester 2012

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends
Assistent: Patrik Marschalik
Tutoren: Frederik Garbe, Daniel Lütgehetmann

http://page.mi.fu-berlin.de/bhrnds/lina2012
http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraII.php

Abgabe bis spätestens 23. April 2012, 8:30 Uhr. Bis Freitag 20. April 2012 in den Tutorenfächern, am Montag nur vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. *[4 Punkte] Determinanten*

Zeigen Sie, dass für $A, B \in M(m \times n; K)$ *mit* $m > n$ *stets* $\det(A \cdot {}^tB) = 0$ *folgt.*

Aufgabe 2. *[4 Punkte] Inverse Matrix*

In dieser Aufgabe sind sämtliche Repräsentanten von $\mathbb{Z}_{11}$ *aus der Menge* $\{z \in \mathbb{Z} : 0 \leq z < 11\}$ *zu wählen.*

(i) Berechnen Sie $68^{-1} \in \mathbb{Z}_{11}$.

(ii) Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 10 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2; \mathbb{Z}_{11}).$$

Berechnen Sie mit Hilfe der komplementären Matrix $A^{\#}$ *die Inverse* A^{-1}.

Aufgabe 3. *[4 Punkte] Dimension, Kern und Bild*

Berechnen Sie abhängig von $\alpha \in \mathbb{R}$ *die Dimension* $\dim(f(\mathbb{R}^4))$ *und die Dimension* $\dim(\ker(f))$ *sowie je eine Basis von* $f(\mathbb{R}^4)$ *und* $\ker(f)$ *der linearen Abbildung* $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, $x \mapsto Ax$ *mit*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ \alpha & \alpha & 0 & 2\alpha \\ -1 & 3 & \alpha - 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & -\alpha \end{pmatrix} \in M(4 \times 4; \mathbb{R}).$$

Aufgabe 4. *[4 Punkte] Gleichungssysteme*

Seien $A, B \in M(3 \times 5; K)$ *Matrizen, beide vom Rang 2. Man zeige, dass die Gleichungssysteme* $Ax = 0$ *und* $Bx = 0$ *eine gemeinsame nichttriviale Lösung in* K^5 *haben.*