Übungsblatt 1 zur Vorlesung Lineare Algebra II

Sommersemester 2012

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends
Assistent: Patrik Marschalik
Tutor: Frederik Garbe

http://page.mi.fu-berlin.de/bhrnds/lina2012
http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraII.php

Abgabe bis spätestens 23. April 2012, 8:30 Uhr. Bis Freitag 20. April 2012 in Frederiks Fach, am Montag nur vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. *Nilpotenter Endomorphismus*

(i) [1 Punkt] Geben Sie einen von 0 *verschiedenen nilpotenten Endomorphismus in Form einer* 2×2*-Matrix an. Begründen Sie!*

(ii) [3 Punkte] Ein nilpotenter Endomorphismus hat Null als einzigen Eigenwert.

Aufgabe 2. *[4 Punkte] Diagonalisierbarkeit*

Ein nilpotenter Endomorphismus ist genau dann diagonalisierbar wenn er 0 ist.
Tipp: Benutzen Sie Aufgabe 1.
Bemerkung: Mit Aufgabe 1 i) folgt also, dass es nicht diagonalisierbare Endomorphismen gibt.

Aufgabe 3. *[4 Punkte] Eigenwerte*

Sei V *ein endlichdimensionaler* K*-Vektorraum und* $F, G \in \mathrm{End}(V)$*, dann haben* $F \circ G$ *und* $G \circ F$ *dieselben Eigenwerte.*
Tipp: Betrachten Sie, falls v *Eigenvektor von* $F \circ G$ *ist, den Vektor* $G(v)$*.*

Aufgabe 4. *[4 Punkte] Eigenwerte, Eigenvektoren und Folgen*

Sei $V = \{(a_n)_{n\in\mathbb{N}} : a_n \in \mathbb{R}\}$ *die Menge aller reellen Folgen.* V *ist mit den punktweisen Operationen offenbar ein* $\mathbb{R}$*-Vektorraum. Sei* $\varphi : V \to V$ *die durch* $\varphi((a_n)_n) := (n^2 a_n)_n$ *gegebene Abbildung.* φ *ist offenbar linear. Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren von* φ*.*