Übungsblatt 6 zur Vorlesung Lineare Algebra II

Sommersemester 2012

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends
Assistent: Patrik Marschalik
Tutor: Frederik Garbe

http://page.mi.fu-berlin.de/bhrnds/lina2012
http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraII.php

Abgabe bis spätestens 28. Mai 2012, 8:30 Uhr. Bis Freitag 25. Mai 2012 in Frederiks Fach, am Montag nur vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. *[4 Punkte] Jordansche Normalform*

Leiten Sie die Jordansche Normalform der folgenden Matrix her,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Im Buch von Fischer wird in Kapitel 4.6 ein Beispiel dazu gerechnet.

Aufgabe 2. *[4 Punkte] Norm und Skalarprodukt*

Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ gilt:

(i) $\langle x+y, x-y\rangle = \|x\|^2 - \|y\|^2$,

(ii) $\|x-y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2\langle x, y\rangle$,

(iii) $\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2 = 4\langle x, y\rangle$,

(iv) $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.

Aufgabe 3. *[4 Punkte] Norm und Skalarprodukt*

Beweisen Sie die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung durch direkte Rechnung im Fall $n = 1, 2, 3$.

Aufgabe 4. *[4 Punkte] Vektorprodukt*

Zeigen Sie für $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ die Identität

$$x \times (y \times z) = \langle x, z\rangle y - \langle x, y\rangle z$$

und folgern Sie daraus die Identität

$$x \times (y \times z) + y \times (z \times x) + z \times (x \times y) = 0.$$