Übungsblatt 8 zur Vorlesung Lineare Algebra II

Sommersemester 2012

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends
Assistent: Patrik Marschalik
Tutor: Frederik Garbe

http://page.mi.fu-berlin.de/bhrnds/lina2012
http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraII.php

Abgabe bis spätestens 11. Juni 2012, 8:30 Uhr. Bis Freitag 8. Juni 2012 in Frederiks Fach, am Montag nur vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. *[4 Punkte] Bilinearform und Basiswechsel*

Sei V ein 3-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum, $\mathcal{A} = (v_1, v_2, v_3)$ eine Basis von V und s eine Bilinearform auf V mit

$$M_{\mathcal{A}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{B} = (v_1 + v_2, v_2 + v_3, v_2)$ eine Basis von V ist, und berehcnen Sie $M_{\mathcal{B}}(s)$.

Aufgabe 2. *[4 Punkte] Norm und Skalarprodukt*

Zeigen Sie, dass für $n \geq 2$ auf dem $\mathbb{R}^n$ durch

$$\|x\| := \max\{|x_i| : 1 \leq i \leq n\}$$

eine Norm definiert ist, für die kein Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ auf $\mathbb{R}^n$ existiert mit $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$.

Aufgabe 3. *[4 Punkte] Orthonormalbasis*

Gegeben sei auf $V = \operatorname{span}(1, t, t^2, t^3) \subset \mathbb{R}[t]$ das Skalarprodukt

$$s(f, g) = \int_{-1}^{1} f(t)g(t)\,\mathrm{d}t.$$

1. *Bestimmen Sie die Matrix von s bezüglich der Basis $(1, t, t^2, t^3)$.*

2. *Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von V.*

Aufgabe 4. *[4 Punkte] Orthonormalbasis*

Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis zu $\operatorname{span}(t, t^2 + 1, t^2 + t) \subset \mathbb{R}[t]$ mit dem Skalarprodukt aus Aufgabe 3.