

3. Übung zur Vorlesung  
MATHEMATIK FÜR GEOWISSENSCHAFTLER II  
SS 2012

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS\\_2012/Vorlesungen/Mathe\\_fuer\\_Geowissenschaftler\\_II.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/Mathe_fuer_Geowissenschaftler_II.php)

**Abgabe: 15. 5. 2012**

**1. Aufgabe** (4 Punkte)

Finden Sie jeweils Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

1. 5,
2.  $(6 - 3i)^2$ ,
3.  $\sqrt{a^2 + 2abi - b^2}$ ,
4.  $(e^{i\alpha})^2$ .

**2. Aufgabe** (4 Punkte)

Die Gleichung für den angeregten Oszillator ohne Dämpfung ist

$$y'' + \omega_0^2 y = b_0 \cos \omega_1 t. \quad (1)$$

a) Zeigen Sie, dass

$$z'' + \omega_0^2 z = b_0 e^{i\omega_1 t} \quad (2)$$

eine Komplexifizierung von (1) ist. Das heißt: zeigen Sie, dass der Realteil oder der Imaginärteil von (2) gerade (1) ist. *Hinweis:* Die Ableitungsregeln gelten für komplexe Zahlen genauso wie für die reellen.

b) Zeigen Sie, dass

$$z(t) = c_1 \exp(i\omega_0 t) + c_2 \exp(-i\omega_0 t) + \frac{b_0}{\omega_0^2 - \omega_1^2} \exp i\omega_1 t$$

eine Lösung der komplexen Gleichung (2) ist.

c) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil dieser Lösung. Zeigen Sie, dass diese auch wieder die reelle Gleichung (1) lösen.

**3. Aufgabe** (4 Punkte)

Eine homogene Kugel mit Radius  $R$  und Dichte  $\delta$  sei an einer vertikalen Feder der Steifigkeit  $k$  aufgehängt und befinde sich in einer Flüssigkeit der Viskosität  $\eta$ . Legt man den Nullpunkt

der  $y$ -Achse in die Ruhelage der Kugel und lenkt man die Kugel dann aus, vollführt sie eine Bewegung, die durch die Differentialgleichung

$$y'' + \frac{9\eta}{2R^2\delta}y' + \frac{3k}{4\pi R^3\delta}y = 0$$

beschrieben wird.

- a) Wie groß muss  $k$  mindestens sein, damit die Kugel eine gedämpfte Schwingung vollführt?
- b) Speziell betrachte eine Keramikugel ( $\delta = 2.6 \text{ g/cm}^3$ ) vom Radius  $R = 1 \text{ cm}$ , eine Feder, die sich nach Anhängen der Kugel um  $3 \text{ cm}$  ausdehnt, und Glycerin ( $\eta = 15 \text{ g/cm}\cdot\text{s}$ ). Wie groß ist  $k$  in diesem Fall? Schwingt die Kugel? Wenn ja, mit welcher Periode?