

3. Übung zur Vorlesung
MATHEMATIK FÜR GEOWISSENSCHAFTLER II
SS 2012

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/Mathe_fuer_Geowissenschaftler_II.php

Abgabe: 15. 5. 2012

1. Aufgabe (4 Punkte)

Finden Sie jeweils Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

1. 5,
2. $(6 - 3i)^2$,
3. $\sqrt{a^2 + 2abi - b^2}$,
4. $(e^{i\alpha})^2$.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Die Gleichung für den angeregten Oszillator ohne Dämpfung ist

$$y'' + \omega_0^2 y = b_0 \cos \omega_1 t. \quad (1)$$

a) Zeigen Sie, dass

$$z'' + \omega_0^2 z = b_0 e^{i\omega_1 t} \quad (2)$$

eine Komplexifizierung von (1) ist. Das heißt: zeigen Sie, dass der Realteil oder der Imaginärteil von (2) gerade (1) ist. *Hinweis:* Die Ableitungsregeln gelten für komplexe Zahlen genauso wie für die reellen.

b) Zeigen Sie, dass

$$z(t) = c_1 \exp(i\omega_0 t) + c_2 \exp(-i\omega_0 t) + \frac{b_0}{\omega_0^2 - \omega_1^2} \exp i\omega_1 t$$

eine Lösung der komplexen Gleichung (2) ist.

c) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil dieser Lösung. Zeigen Sie, dass diese auch wieder die reelle Gleichung (1) lösen.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Eine homogene Kugel mit Radius R und Dichte δ sei an einer vertikalen Feder der Steifigkeit k aufgehängt und befinde sich in einer Flüssigkeit der Viskosität η . Legt man den Nullpunkt

der y -Achse in die Ruhelage der Kugel und lenkt man die Kugel dann aus, vollführt sie eine Bewegung, die durch die Differentialgleichung

$$y'' + \frac{9\eta}{2R^2\delta}y' + \frac{3k}{4\pi R^3\delta}y = 0$$

beschrieben wird.

- a) Wie groß muss k mindestens sein, damit die Kugel eine gedämpfte Schwingung vollführt?
- b) Speziell betrachte eine Keramikugel ($\delta = 2.6 \text{ g/cm}^3$) vom Radius $R = 1 \text{ cm}$, eine Feder, die sich nach Anhängen der Kugel um 3 cm ausdehnt, und Glycerin ($\eta = 15 \text{ g/cm}\cdot\text{s}$). Wie groß ist k in diesem Fall? Schwingt die Kugel? Wenn ja, mit welcher Periode?