Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
JProf. Dr. O. Sander, J. Sánchez Cortés

7. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Geowissenschaftler II

SS 2012

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2012/Vorlesungen/Mathe_fuer_Geowissenschaftler_II.php

Abgabe: 20. 6. 2012

1. Aufgabe (4 Punkte)
Berechnen Sie die folgenden Matrix-Matrix-Produkte:

a)
$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$

b)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Aufgabe (4 Punkte)
Seien
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & \beta \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie β so, dass B die Inverse von A ist.

b) Lösen Sie damit das Gleichungssystem
$$Ax = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Aufgabe (4 Punkte)
Die Matrix
$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$
heißt Rotationsmatrix. Multiplikation von $R(\alpha)$ mit einem Vektor x bedeutet, den Vektor um den Winkel α gegen den Uhrzeigersinn zu rotieren.

a) Verifizieren Sie das stichprobenartig, indem Sie

$$R(0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad R(\pi/4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$R(\pi/2) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad R(\pi/2) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

berechnen und skizzieren.

b) Eine Rotation um den Winkel $\alpha + \beta$ entspricht einer Rotation um den Winkel β, gefolgt von einer Rotation um den Winkel α. Benutzen Sie das, und Ihr Wissen über Matrizenmultiplikationen, um die trigonometrische Additionsformel

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

herzuleiten.