Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Carsten Hartmann, Stefanie Winkelmann

1. Übung zur Vorlesung

Analysis I

Sommersemester 2013

Abgabe bis Donnerstag, 25. April 2013, 16 Uhr

1. Aufgabe (Mengenoperatoren, 4 Punkte)
Es sei X die Menge aller Schüler einer Klasse. Man betrachte die Teilmengen

$$A = \{\text{Alle Schüler der Klasse, die in der letzten Reihe sitzen}\},$$

$$B = \{\text{Alle Schüler der Klasse, die im Test eine 1 geschrieben haben}\}.$$

Schreiben Sie die folgenden Aussagen mithilfe von Mengensymbolen.

a) Kein Schüler der Klasse hat im Test eine 1 geschrieben.

b) Alle Schüler aus der letzten Reihe haben eine 1 geschrieben.

c) Alle Schüler der Klasse haben entweder eine 1 geschrieben oder sitzen in der letzten Reihe.

d) Es gibt einen Schüler, der eine 1 geschrieben hat und in der letzten Reihe sitzt.

2. Aufgabe (Mengenregeln, 4 Punkte)
Es seien A, B, C Teilmengen einer Grundmenge X. Zeigen Sie:

a) $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$

b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

d) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

3. Aufgabe (Aussagen und Logik, 4 Punkte)
„Meiers werden uns heute abend besuchen“, kündigt Frau Müller an. „Die ganze Familie, also Herr und Frau Meier mit ihren drei Kindern Franziska, Kathrin und Walter?“ fragt Herr Müller bestürzt. Darauf Frau Müller, die keine Gelegenheit vorübergehen lässt, ihren Mann zu logischem Denken anzuregen: „Nun, ich will es dir so erklären: Wenn Herr Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit. Mindestens eines der beiden Kinder Walter und Kathrin kommt. Entweder kommt Frau Meier oder Franziska, aber nicht beide. Entweder kommen Franziska und Kathrin oder beide nicht. Und wenn Walter kommt, dann auch Kathrin und Herr Meier. So, jetzt weißt du, wer uns heute abend besuchen wird.“
Wer kommt und wer kommt nicht?

4. Aufgabe (Potenzmengen, 4 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(X)$ für die Menge $X = \{a, b\}$.

b) A und B seien endliche Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

$$\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B), \quad \mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B).$$

c) Gegeben sei eine endliche Menge X mit $|X| \in \mathbb{N}$ Elementen. Zeigen Sie: $|\mathcal{P}(X)| = 2^{|X|}$.