

6. Übung zur Vorlesung

TEILRAUMKORREKTURMETHODEN

SoSe 2013

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS\\_2013/Vorlesungen/Teilraumkorrekturmethode.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2013/Vorlesungen/Teilraumkorrekturmethode.php)

**Abgabe: Di., 11.06.2013, in der Übung**

**1. Aufgabe** (8 TP)

Wir betrachten die Bedingung

**(V2)'**: Für *jede* Zerlegung  $v = \sum_{k=0}^m v^k$ ,  $v^k \in V_k$ , einer beliebigen Funktion  $v \in S_h$  gilt die Abschätzung

$$a(v, v) \leq K_2' \sum_{k=0}^m b_k(v^k, v^k).$$

- a) Man zeige, daß (V2)' aus (V2) folgt.
- b) Man zeige, daß aus (V2)' die Abschätzung  $\lambda_{\max}(B^{-1}A) \leq K_2'$  folgt.

**2. Aufgabe** (4 TP)

Beweisen Sie das Lions Lemma:

Seien  $V_1, V_2$  abgeschlossene Unterräume eines Banachraums  $V = V_1 + V_2$ . Dann existiert ein  $C > 0$  mit

$$\forall v \in V \quad \exists v_i \in V_i, v_1 + v_2 = v : \quad \|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 \leq C\|v\|^2.$$

Hinweis: Betrachten Sie  $T : V_1 \times V_2 \rightarrow V, (v_1, v_2) \mapsto v_1 + v_2$  und wenden Sie den Satz von der offenen Abbildung an.