

Fachbereich Mathematik und Informatik  
Freie Universität Berlin  
Prof. Dr. Carsten Gräser, Dipl. Math. Hanne Hardering

5. Übung zur Vorlesung

## ANALYSIS 2 (LEHRAMTSBEZOGEN)

SoSe 2014

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS\\_2014/Vorlesungen/AnalysisII\\_LA.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2014/Vorlesungen/AnalysisII_LA.php)

**Abgabe: Di., 03.06.2014, 12:00 Uhr**

**1. Aufgabe** (4 P)

Beweisen Sie den Banachschen Fixpunktsatz für vollständige metrische Räume:

**Satz:** Sei  $(X, d)$  ein vollständiger metrischer Raum. Sei  $F : X \rightarrow X$  eine Kontraktion. Dann besitzt  $F$  einen eindeutigen Fixpunkt.

**2. Aufgabe** (4 P)

Zeigen Sie: Eine Lipschitz stetige Funktion ist stetig.

**3. Aufgabe** (4 P)

Zeigen Sie: Es gibt keine stetige Funktion auf  $[0, 1]$ , die jeden ihrer Werte genau zwei mal annimmt.

**4. Aufgabe** (4 P)

Sie stellen im Unterricht den Banachschen Fixpunktsatz vor. Ein Schüler ist nicht davon überzeugt und präsentiert Ihnen folgendes Beispiel:

$$X = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}, \quad g(x) = x + \frac{1}{1+x}.$$

Erklären Sie der Klasse, was ihr Mitschüler sich dabei gedacht hat und wo sein Denkfehler liegt.