

Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Carsten Gräser, Dipl. Math. Hanne Hardering

5. Übung zur Vorlesung

ANALYSIS 2 (LEHRAMTSBEZOGEN)

SoSe 2014

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2014/Vorlesungen/AnalysisII_LA.php

Abgabe: Di., 03.06.2014, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (4 P)

Beweisen Sie den Banachschen Fixpunktsatz für vollständige metrische Räume:

Satz: Sei (X, d) ein vollständiger metrischer Raum. Sei $F : X \rightarrow X$ eine Kontraktion. Dann besitzt F einen eindeutigen Fixpunkt.

2. Aufgabe (4 P)

Zeigen Sie: Eine Lipschitz stetige Funktion ist stetig.

3. Aufgabe (4 P)

Zeigen Sie: Es gibt keine stetige Funktion auf $[0, 1]$, die jeden ihrer Werte genau zwei mal annimmt.

4. Aufgabe (4 P)

Sie stellen im Unterricht den Banachschen Fixpunktsatz vor. Ein Schüler ist nicht davon überzeugt und präsentiert Ihnen folgendes Beispiel:

$$X = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}, \quad g(x) = x + \frac{1}{1+x}.$$

Erklären Sie der Klasse, was ihr Mitschüler sich dabei gedacht hat und wo sein Denkfehler liegt.