Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Carsten Gräser, Dipl. Math. Hanne Hardering

7. Übung zur Vorlesung

Analysis 2 (lehramtsbezogen)

SoSe 2014

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2014/Vorlesungen/AnalysisII_LA.php

Abgabe: Di., 17.06.2014, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (6 P)
Betrachten die folgende Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

a) Sind die Funktionen f, g und h jeweils differenzierbar?

b) Sind die Ableitungen der differenzierbaren Funktionen aus (a) stetig?

Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist.

2. Aufgabe (4 P)
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion.
Zeigen Sie:

a) f ist genau dann monoton wachsend, wenn für die Ableitung f' von f

$$f'(x) \geq 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

gilt.

b) f ist genau dann konvex, d.h. für alle $x, y \in \mathbb{R}$ und $\omega \in [0, 1]$ gilt

$$f(\omega x + (1-\omega)y) \leq \omega f(x) + (1-\omega)f(y),$$

wenn für die zweite Ableitung f'' von f

$$f''(x) \geq 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

gilt.

Hinweis: Zeigen Sie, dass f genau dann konvex ist, wenn f' monoton wachsend ist.

3. Aufgabe (6 P)
Schlagen Sie den Begriff der Differenzierbarkeit in Schulbüchern nach. Vergleichen Sie dabei mindestens ein Buch für Leistungskurse und eines für Grundkurse.
Wie wird der Begriff eingeführt? Was sind die Unterschiede sowohl zwischen den Büchern als auch zur Definition aus der Vorlesung? Warum gibt es diese wohl?