Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Carsten Gräser, Dipl. Math. Hanne Hardering

8. Übung zur Vorlesung

Analysis 2 (lehramtsbezogen)

SoSe 2014

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2014/Vorlesungen/AnalysisII_LA.php

Abgabe: Di., 24.06.2014, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (4 P)
Zeigen Sie, dass für $A \subseteq \mathbb{R}$ kompakt gilt: $\sup(A) \in A$ und $\inf(A) \in A$.
Hinweis: Betrachten Sie die Abbildung $\mathrm{id} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

2. Aufgabe (4 P)

a) Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f(x) = \|x\|^2$, auf $\mathbb{R}^n$ stetig partiell differenzierbar ist.

b) Zeigen Sie, dass $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $g(x) = \|x\|$, auf $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ stetig partiell differenzierbar ist. Ist g auch in 0 stetig partiell differenzierbar?

3. Aufgabe (4 P)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = x_2^2 - 4x_1^2 x_2 + 3x_1^4.$$

Zeigen Sie, dass jede Einschränkung $f_{|g}$ auf eine Gerade g durch den Ursprung ein lokales Minimum in 0 besitzt, f selbst jedoch nicht.

4. Aufgabe (4 P + 2 Zusatz-P)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \|x\|^2 \sin\left(\frac{1}{\|x\|}\right).$$

a) Zeigen Sie, dass f in ganz $\mathbb{R}^2$ partiell differenzierbar ist.

b) Zeigen Sie, dass die partiellen Ableitungen in $0 \in \mathbb{R}^2$ unstetig sind.

c) Zusatz: Zeigen Sie, dass f in ganz $\mathbb{R}^2$ differenzierbar ist.