

4. Übung zur Vorlesung

NUMERIK I

SoSe 2015

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS\\_2015/NumerikI.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/SS_2015/NumerikI.php)

**Abgabe: Fr., 22.05.2015, 12:00 Uhr**

**1. Aufgabe** (4 TP)

Sei  $V = C[-1, 1]$ ,  $f(x) = x^4$  und  $U = \mathcal{P}_3$ . Berechnen Sie die Tschebyscheff- und die  $L^2$ -Approximation von  $f$  in  $U$ . Ermitteln Sie den Fehler der beiden Approximationen in der Supremums- sowie der  $L^2$ -Norm.

**2. Aufgabe** (4 TP)

Zeigen Sie:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)), \quad n = 0, 1, \dots$$

ist ein Polynom  $n$ -ter Ordnung.

**3. Aufgabe** (4 TP)

Die *Tschebyscheff-Polynome 1. Art* sind gegeben durch

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$$

(vgl. Skript). Zeigen Sie, dass diese Polynome

- nicht orthogonal bezüglich des  $L^2$ -Skalarproduktes sind;
- orthogonal bezüglich des gewichteten Skalarproduktes

$$(v, w) = \int_{-1}^1 \frac{v(x) w(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

sind.

**4. Aufgabe** (4 TP)

Bestimmen Sie aus den Legendre-Polynomen eine Orthogonalbasis  $(\varphi_i)_{i=1}^n$  von  $\mathcal{P}_n \subset C[a, b]$  bezüglich des dazugehörigen Skalarproduktes:

$$(v, w) = \int_a^b v(x)w(x) dx, \quad v, w \in C[a, b].$$