Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Ralf Kornhuber, Maren-Wanda Wolf

10. Übung zur Vorlesung

Computerorientierte Mathematik II

SoSe 2016

Abgabe: 7.7.2016

1. Aufgabe (5 TP)
Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$x'(t) = Ax(t) \qquad t \in (0,T], \qquad x(0) = x_0$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

a) Lösen Sie dieses Anfangswertproblem.

b) Bestimmen Sie die absolute Kondition des Problems.

2. Aufgabe (5 PP)
Schreiben Sie zwei `matlab`-Programme `[x,t] = exEulerLS(A,x0,T,tau)` und `[x,t] = imEulerLS(A,x0,T,tau)`, die Anfangswertprobleme vom Typ

$$x'(t) = Ax(t), \qquad x(0) = x_0 \tag{1}$$

für $x_0 \in \mathrm{R}^m$ und $A \in \mathrm{R}^{m\times m}$ im Intervall $(0,T]$ mit dem expliziten Euler-Verfahren bzw. mit dem implizeten Euler-Verfahren zur Schrittweite τ numerisch lösen und die Lösung x_k sowie die Zeitpunkte t_k zurückgeben. Berechnen Sie mit diesen Programmen die Lösungen zu (1) mit den folgenden Daten:

$$T = 1, \quad x_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} -725 & 755 & 1510 \\ 755 & -737 & -1504 \\ 1510 & -1504 & -2993 \end{pmatrix}$$

zur Schrittweite $\tau = 0.01$ und

$$T = 0.1, \quad x_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 6250 & 1250 & 2500 \\ 1250 & 286 & 482 \\ 2500 & 482 & 1009 \end{pmatrix}$$

zur Schrittweite $\tau = 0.01$. Plotten Sie für jeden der beiden Datensätze die Lösung des expliziten Eulers und zum Vergleich die des implizieten Eulers. Beachten Sie, dass die Lösungen aus drei Komponenten bestehen.