

5. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK II
SS 2017

Abgabe: Dienstag 6.6.2017 (12:00)

1. Aufgabe (8 TP)

Die n -te Newton-Côtes-Quadraturformel ist so konstruiert, dass sie für Polynome $p \in P_n$ exakt ist. Zeigen Sie, dass für gerades n sogar Polynome vom Grade $n+1$ exakt integriert werden.

Hinweise:

- a) Verwenden Sie ohne Beschränkung der Allgemeinheit $[a, b] = [0, 1]$.
- b) Verwenden Sie Satz 1.9 aus dem Skript zur Vorlesung.

2. Aufgabe (4 TP+ 8 PP)

Betrachten Sie die Newton-Côtes Formel der Ordnung n auf $[a, b] = [0, 1]$ mit äquidistantem Gitter $x_k = kh, h = \frac{1}{n}$. Die Polynome $p_k(x) = x^k, k = 0, \dots, n$ werden exakt integriert.

- a) Benutzen Sie diese Information, um ein lineares Gleichungssystem für die Gewichte $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ der Newton-Côtes Formel herzuleiten.
- b) Schreiben Sie ein **MATLAB**-Programm, das die Gewichte gemäß der Idee aus a) für $n = 1, 2, \dots, 10$ berechnet. Für welche n finden Sie negative Gewichte?
- c) Welche Kondition bzgl. der Maximumsnorm hat die Matrix des linearen Gleichungssystems aus a) für $n = 100$ und $n = 1000$? Was beobachten Sie?

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Daniel Seeler <danielseeler@zedat.fu-berlin.de>).