

6. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK II
SS 2017

Abgabe: Montag 12.6.2017 (14:00)

1. Aufgabe (6 TP)

Zeigen Sie jeweils, dass die Funktion $y(t)$ eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{y} = F(t, y) \quad \text{für } t > 0, \quad y(0) = y_0$$

ist:

$$(1) \quad F(t, y) = -2ty^2, \quad y(t) = \frac{1}{1+t^2}, \quad y_0 = 1$$

$$(2) \quad F(t, y) = 2 - 2y, \quad y(t) = e^{-2t} + 1, \quad y_0 = 2$$

2. Aufgabe (6 TP)

Zeigen Sie, daß alle Lösungen der Differentialgleichung

$$x'(t) = \lambda x(t) + f(t) \quad t > 0$$

mit $x : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ die Gestalt

$$x(t) = \alpha e^{\lambda t} + \int_0^t f(\eta) e^{\lambda(t-\eta)} d\eta$$

mit einer beliebigen Konstante $\alpha \in \mathbb{R}$ haben und daß die Menge aller Lösungen ein affiner Unterraum von $\mathbb{R}^{[0, \infty)} = \{f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}\}$ ist.

3. Aufgabe (4 TP + 4 PP)

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{aligned} x'(t) &= 2x(t) + 2te^{2t} & \text{für } 0 < t \leq T, \\ x(0) &= x_0. \end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie die Lösung $x(t)$ dieses Anfangswertproblems. Plotten Sie diese für $T = 10$ und $x_0 = 1$ auf dem Intervall $[0, 10]$.
- b) Betrachten Sie jetzt dieselbe Differentialgleichung, nun allerdings mit dem gestörten Anfangswert $\tilde{x}_0 = 1.001$. Plotten Sie für $t \in [0, 10]$ die Lösung $\tilde{x}(t)$ dieses gestörten Anfangswertproblems. Plotten Sie ferner den Fehler $|x(t) - \tilde{x}(t)|$. Was beobachten Sie?

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Daniel Seeler <danielseeler@zedat.fu-berlin.de>).