

7. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK II
SS 2017

Abgabe: Montag 19.6.2017 (14:00)

1. Aufgabe (8 PP)

Implementieren Sie das explizite und das implizite Euler-Verfahren zur Lösung des Anfangswertproblems $x' = F(x), x(0) = x_0$, in der Form

```
function y = expEuler(x0, tau, N, F)
```

```
function y = impEuler(x0, tau, N, F)
```

in MATLAB. Rückgabewert y soll jeweils ein Vektor sein, der die durch das Verfahren berechneten Werte zu den Zeitpunkten $t_n = n\tau$ enthält. x_0 ist der Startwert, τ die Schrittweite, N die Anzahl der Zeitschritte und F eine (als Funktionszeiger in der Form `@fp` zu übergebende) Funktion. Stellen Sie Überlegungen an, wie die Signatur der Rückruffunktion `fp` für den homogenen und für den inhomogenen Fall aussehen muss. Visualisieren Sie beide Verfahren am Beispiel des Anfangswertproblems mit $F(x) = x$, d.h. für

$$x' = x, \quad x(0) = 1,$$

für $t \in (0, 10]$. Erstellen Sie dazu eine Graphik, die die Lösung des Anfangswertproblems zeigt sowie die durch das jeweilige Verfahren bestimmten stückweise linearen Gitterfunktionen. Wählen Sie als Schrittweite $\tau = 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$.

2. Aufgabe (9 TP + 3 PP)

a) Berechnen Sie die Lösung $x : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ des Anfangswertproblems

$$x'(t) = x(t) - t - \sin(t) \quad \forall t > 0, \quad x(0) = 1.$$

b) Berechnen Sie die Fehlerfunktion $x - \tilde{x}_1$ für das gestörte Anfangswertproblem

$$\tilde{x}'_1(t) = \tilde{x}_1(t) - t - \sin(t) \quad \forall t > 0, \quad \tilde{x}_1(0) = 1.2,$$

und vergleichen Sie diese mit der Konditionsabschätzung.

c) Berechnen Sie die Fehlerfunktion $x - \tilde{x}_2$ für das gestörte Anfangswertproblem

$$\tilde{x}'_2(t) = \tilde{x}_2(t) - t - \sin(t) - \frac{1}{2} \cos(t) \quad \forall t > 0, \quad \tilde{x}_2(0) = 1,$$

und vergleichen Sie diese mit der Konditionsabschätzung.

d) Plotten Sie x , \tilde{x}_1 und \tilde{x}_2 für $t \in [0, 2]$ in einem Plot. Was beobachten Sie?

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Daniel Seeler <danielseeler@zedat.fu-berlin.de>).