(78) Sotz 5.7 (Schunz) Sei USR" of fen und f:U-) R zuciad stetig partiell diff. 60. Donngilt Di Do flo) = Do Di fla). Beweig OBdA. n=2, i=1, j=2, 0=0. Statt (x, x2) FIR scheiler wir (x,y) FIR2. Da Voffen and OFV, ex. 5=0 mix Sei ly/<8 fest and Fy: (-8,8) -> 1R mit  $F_{y}(x) = f(x,y) - f(x,0).$  (2) Nach MWS ex EETR, | E | = [x/cad  $F_{\gamma}(k) - F_{\gamma}(0) = F_{\gamma}'(5) \times (3)$ (Achtung: 5 = 5 (x,y), d. h. 5 horst von x, , ab.) Es gillaca  $F_{y}'(\vec{\xi}) = D_{n}f(\vec{\xi},y) - D_{n}f(\vec{\xi},0)$  (4) Non wende MWS auft HDD  $_{n}f(\vec{\xi},t)$ 

Donnex. y FR mit (y/=(y) and D. f(\$14) - D. f(\$10) = D. D. f(\$17) y. (5) (A-lifung: n = n(9, \$1, x)) Non habon wiz f(x,y) - f(x,0) - f(0,y) + f(0,0) (2) Fy(x) - Fy(0) = Fy(5)x =(U, F(574) - D, F(5,0)) x (5/ D2 Da f (5, 7)xy Non wiederhole (2)-(6) mit vertansiten xuady. f(x,y) - f(0,y) - f(x,0) + f(0,0) (7) = D, D2 f(\$ 19) +4. D.h. es gi (+ weger (6) cad (7) for + +0 +5  $D_{2}D_{1}f(\xi_{1}\eta) = D_{1}D_{2}f(\xi_{1}\eta).$  (8)

(79) Achtung 5,7,5,7 ha'ugh von xiy und Sas und (5/,17/,15/,17/<8.

> Non betrackle 5 -> 0, donn (4,4) > 0 and (5,7) -> 0, (5,7) -> 0. De D, D, E cach D, D, E stering, for (gt num our (8) D, D, F(0,0) = D, D, F(0,0).

Korollor 5.8 Sei U = PR offen und f: V-)PR K-mal stelig part. diff.ba. Für jedes x E U and in, iz..., i'x & f7,..., ng vad je de Permutation Tr von f7,..., kjajk

 $D_{a_{k}} \cdots D_{a_{n}} + (x) = D_{a_{\pi}(k)} \cdots D_{a_{\pi}(a)} + (x).$ 

Boweis skizze: Jade Permotation Konn auf Vertanschen be auch borter ladizes zu vock ge fichet word. Weide au f jede Verfauschung Satz 5.7 an. 7/1/=3, T(2/=2, T(3)=7 BSp: D3 D, D, x(x) 2.2. D3 D2 Dx FCH = D, D2 D3 FG/ D3D2 D1/6) = D, D3 D, f(+/ = D, D, D, f(x) = D, D, D3 (1x)

Deulis con Sax2 \$.7 (in a \$0.

Sei a FU. Def. W = \( \frac{1}{2} \tau - \alpha \) \tag{2}

and g(x) = \( f(x + a) \). Down 0 eW

and D:D; \( f(a) = D: D; g(0) \)

= \( D\_i D\_i \, g(0) \)

= \( D\_i D\_i \, f(a) \).

(80) Weiter Differenziel operatoren:

Laplace Operator: Sei USR" often, f:V-) [R zveind part.diff. 5 ar. Def. daga

 $\Delta f(x) := \sum_{n=1}^{n} \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{n}^{2}}(x) = D_{n}D_{n}f(x) + \dots + D_{n}D_{n}f(x)$ 

= div (of)(x) = div(gradf)(x)

Potation Sei USR³ offen V: V-> R³ park. diff. ban. Def.:

 $Tof_{v(k)} = \left(\frac{\partial v_{3}}{\partial x_{2}} - \frac{\partial v_{2}}{\partial x_{3}} / \frac{\partial v_{1}}{\partial x_{3}} - \frac{\partial v_{3}}{\partial x_{4}} - \frac{\partial v_{2}}{\partial x_{4}} - \frac{\partial v_{3}}{\partial x_{2}}\right)$ 

Ang (:U-) R ist zweindstetig
pat.d. f. Gar. Dona Colgrans
Sot25.7

rot (groot) W = 0

Blu Fir a, SEIR ist das Kreuz produkt definied als

Somit kon a won rote formal

Scheiben als

rof(v)= Dxv

Bon Analog konn mon die Direghe formal schreiben als

(81) Ausblick: Patielle Differential gleichungen (PDES)

« Gleichung (å eine Flet. n: IL -) R (SSR)

die von part. Ableilungen von mabhärgt.

Gegglen: f: SL -> R, SER"

Gesuch: u: 2 -> 1R mit

(2m)61 = f61 Hx F-D

624. Lu = f in 57

uobei Leia Differenzialope et en ist.

Zusöfzlich off noch Rond wate.

BSP a) laploce-Gleichung

(Potentialgleichung)  $\Lambda \subseteq \mathbb{R}^d$ , d=1,2,3,...  $\int \Delta M Gl = 0$  HAEST M Gl = g(x) HXEST

 $kuz: \Delta x = 0 \text{ in } \Omega$   $u = g \text{ and } \partial \Omega$ 

b) Poisson-Gleich vog SER SER S=1,2,3,... SM=f SM=f SM=G SM=G SM=1,2,3,... SM=1,2,3,...

4 = g auf d Sl f: Sl-7 IR und g: 252 > R gaggéen.

z.B. Auslenkung einer Membran:

Kraft: f: St > 1R, eingesponat om Rond g

