

# Übungsblatt 1 zur Vorlesung Lineare Algebra I

Wintersemester 2011/12

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends

Assistent: Patrik Marschalik

Tutoren: Nina Loginova, Christoph Böhler, Frederik Garbe

**Abgabe bis spätestens 31. Oktober 2011, 8:30 Uhr**

**Aufgabe 1** Geraden und Punkte im  $\mathbf{R}^n$ . Zum Aufwärmen.

(a) Geben Sie eine Parameter-Darstellung der Geraden  $g$  an, die durch die zwei Punkte

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

(b) Sei  $P = \left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ . Überprüfen Sie die Aussage,

$$P \cap g = \emptyset,$$

auf ihren Wahrheitsgehalt.

**Aufgabe 2** Geraden und Punkte im  $\mathbf{R}^n$ .

Es seien  $M_1$  und  $M_2$  die Mittelpunkte zweier paralleler Gegenseiten eines Trapezes und  $g$  die Gerade durch  $M_1$  und  $M_2$ . Zeigen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung, dass der Schnittpunkt des anderen Gegenseitenpaares, falls er existiert, auf  $g$  liegt. Unter einem Trapez verstehen wir ein ebenes Viereck mit mindestens zwei zueinander parallel liegenden Seiten.

**Aufgabe 3** Aussagenlogik und Mengen.

Zeigen Sie mit Hilfe der Gesetze der Aussagenlogik (ggf. mit Wahrheitstabeln), dass für Mengen  $A, B, C, X$  gilt:

(a)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(b)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(c)  $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$ .

**Aufgabe 4** Aussagenlogik, Mengen und Abbildungen.

Sei  $f : X \rightarrow Y$  eine Abbildung, außerdem gelte  $A, B \subset X$  und  $C, D \subset Y$ . Zeigen Sie:

(a)  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(b)  $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$

$$f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$$

$$f^{-1}(C \setminus D) = f^{-1}(C) \setminus f^{-1}(D)$$

(c) Im Allgemeinen ist  $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ .