

Übungsblatt 1 zur Vorlesung Lineare Algebra I

Wintersemester 2011/12

Dozent: Prof. Dr. Ehrhard Behrends

Assistent: Patrik Marschalik

Tutoren: Nina Loginova, Christoph Böhler, Frederik Garbe

Abgabe bis spätestens 31. Oktober 2011, 8:30 Uhr

Aufgabe 1 Geraden und Punkte im \mathbf{R}^n . Zum Aufwärmen.

(a) Geben Sie eine Parameter-Darstellung der Geraden g an, die durch die zwei Punkte

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

(b) Sei $P = \left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$. Überprüfen Sie die Aussage,

$$P \cap g = \emptyset,$$

auf ihren Wahrheitsgehalt.

Aufgabe 2 Geraden und Punkte im \mathbf{R}^n .

Es seien M_1 und M_2 die Mittelpunkte zweier paralleler Gegenseiten eines Trapezes und g die Gerade durch M_1 und M_2 . Zeigen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung, dass der Schnittpunkt des anderen Gegenseitenpaares, falls er existiert, auf g liegt. Unter einem Trapez verstehen wir ein ebenes Viereck mit mindestens zwei zueinander parallel liegenden Seiten.

Aufgabe 3 Aussagenlogik und Mengen.

Zeigen Sie mit Hilfe der Gesetze der Aussagenlogik (ggf. mit Wahrheitstabellen), dass für Mengen A, B, C, X gilt:

(a) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(c) $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$.

Aufgabe 4 Aussagenlogik, Mengen und Abbildungen.

Sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung, außerdem gelte $A, B \subset X$ und $C, D \subset Y$. Zeigen Sie:

(a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(b) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$

$$f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$$

$$f^{-1}(C \setminus D) = f^{-1}(C) \setminus f^{-1}(D)$$

(c) Im Allgemeinen ist $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$.