

2. Übung zur Vorlesung  
MATHEMATIK FÜR GEOWISSENSCHAFTLER I  
WS 2011/12

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2011/Vorlesungen/Mathe\\_fuer\\_Geowissenschaftler\\_I.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2011/Vorlesungen/Mathe_fuer_Geowissenschaftler_I.php)

**Abgabe: 08. 11. 2011**

**1. Aufgabe** (4 Punkte)

Die Menge  $M(t)$  einer radioaktiven Substanz zur Zeit  $t$  verringert sich durch Zerfall gemäß

$$M(t) = M_0 e^{-\lambda t}.$$

Dabei ist  $M_0$  die Menge zur Zeit  $t = 0$  und  $\lambda > 0$  die Zerfallskonstante der Substanz. Die *Halbwertszeit*  $T$  der Substanz ist die Zeitspanne zwischen zwei Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$ , in der die Hälfte der Substanz zerfällt. Zeigen Sie

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda};$$

insbesondere ist  $T$  unabhängig von  $M_0$  und  $t_1$ .

**2. Aufgabe** (4 Punkte)

Ein gewisses RNS-Molekül reproduziert sich extrazellulär in einem Teströhrchen. Unter günstigen äußeren Umständen erzeugt ein Molekül in 8 Minuten  $10^{11}$  Kopien (Autokatalyse).

- Finden Sie eine Exponentialfunktion  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$ , die diesen Prozess beschreibt ( $t =$  Zeit in Sekunden,  $N =$  Anzahl der Moleküle).
- Wieviel Zeit wird benötigt, um die ersten 2011 Moleküle zu generieren?

**3. Aufgabe** (4 Punkte)

Eine Funktion  $f(x)$  ist genau dann ein Polynom, wenn sie eine Darstellung  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  für geeignete  $a_i \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  besitzt. Seien nun  $q(x)$  und  $p(x)$  zwei beliebige Polynome. Zeigen sie, dass es sich bei den folgenden Funktionen wieder um Polynome handelt.

- $p(x) + q(x)$
- $p(x)q(x)$
- $p(q(x))$

(Hinweis: Versuchen sie bei 2) und 3) die vorherigen Ergebnisse zu verwenden)

Zusatzfrage: Ist  $p(x)^{q(x)}$  auch ein Polynom?