

8. Übung zur Vorlesung
MATHEMATIK FÜR GEOWISSENSCHAFTLER I
WS 2011/12

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2011/Vorlesungen/Mathe_fuer_Geowissenschaftler_I.php

Abgabe: 3. 1. 2012

1. Aufgabe (4 Punkte)

Veranschaulichen Sie die Ableitungsregel für der Umkehrfunktion geometrisch am Beispiel der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ für $x \geq 0$. Arbeiten Sie detailliert; eine bloße schnelle Skizze ist zuwenig. Berechnen Sie geometrisch den Wert der Ableitung von \sqrt{x} an der Stelle $x = 2$.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Eine Funktion $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt gerade, falls $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, bzw. ungerade, falls $f(x) = -f(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt. Zeigen Sie, dass die Ableitungen gerader differenzierbarer Funktionen ungerade, und die Ableitungen ungerader differenzierbarer Funktionen gerade sind.

(Hinweis: Kettenregel)

3. Aufgabe (4 Punkte)

Leiten sie für $a > 0$ die Ungleichungen $\frac{a}{1+a} \leq \ln(1+a) \leq a$ her, indem sie wie folgt vorgehen:

- a) Finden Sie mithilfe des Mittelwertsatzes ein $\xi \in [1, 1+a]$, für welches

$$\frac{1}{\xi} = \frac{\ln(1+a)}{a}$$

gilt.

- b) Leiten sie für dieses ξ die Ungleichungen

$$\frac{1}{1+a} \leq \frac{1}{\xi} \leq 1$$

her und folgern Sie den Rest.

(Hinweis: Sie können verwenden, dass die Funktion $f(x) = \ln(x)$ auf dem Intervall $(0, \infty)$ stetig und differenzierbar ist.)