Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Carsten Hartmann, Stefanie Winkelmann

4. Übung zur Vorlesung

Stochastik I

Wintersemester 2011/2012

Abgabe bis Freitag, 25. November 2011, 12 Uhr

1. Aufgabe (Bedingte Wahrscheinlichkeiten 1, 4 Punkte)
In einem Laden ist eine Alarmanlage eingebaut, die im Falle eines Einbruchs mit Wahrscheinlichkeit 0.99 die Polizei alarmiert. In einer Nacht ohne Einbruch wird mit Wahrscheinlichkeit 0.002 Fehlalarm ausgelöst (z.B. durch eine Maus). Die Einbruchswahrscheinlichkeit für eine Nacht beträgt 0.0005. Die Anlage hat gerade Alarm gegeben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Einbruch im Gange?

2. Aufgabe (Bedingte Wahrscheinlichkeiten 2, 4 Punkte)
Die k-te Urne von n Urnen enthält k rote und $n-k$ weiße Kugeln. Eine Urne wird zufällig gleichverteilt ausgewählt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass nach dem Ziehen einer Kugel die gewählte Urne noch mindestens so viele rote wie weiße Kugeln enthält.

3. Aufgabe (Unabhängigkeit, 4 Punkte)
Sei $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \in \mathcal{E}$. Zeigen Sie

a) Sind A, B unabhängig, so auch A, B^c.

b) Sind A, B, C unabhängig, so auch $A \cup B$, C.

4. Aufgabe (Zufallsvariablen, 4 Punkte)
Sei $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ gegeben, sowie $A, B \in \mathcal{E}$ mit $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{3}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{1}{12}$. Die Zufallsvariable $X : \Omega \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$X(\omega) = \begin{cases} 2 & : \quad \omega \in A \cap B \\ 3 & : \quad \omega \in A \setminus B \\ 5 & : \quad \omega \in B \setminus A \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ und berechnen Sie $\mathbb{P}(1.5 < X < 3.5)$, $\mathbb{P}(X \geq 3.5)$ und $\mathbb{P}(4 < X < 6)$.