

1. Übung zur Vorlesung

Stochastik I

Wintersemester 2011/2012

Abgabe bis Freitag, 4. November 2011, 12 Uhr

1. Aufgabe (σ -Algebren, 4 Punkte)

- a) Geben Sie vier verschiedene σ -Algebren auf dem Stichprobenraum $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ an.
b) Sei (Ω, \mathcal{E}) ein gegebener Ereignisraum und $A \subseteq \Omega$ eine beliebige Teilmenge von Ω . Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{E}_A := \{E \cap A : E \in \mathcal{E}\}$$

eine σ -Algebra auf A ist.

Bemerkung: Dies ist die sogenannte Spur- σ -Algebra.

2. Aufgabe (Bernoulli-Prozess, 4 Punkte)

Eine Münze mit $\mathbb{P}(\text{Kopf}) = p$, $0 \leq p \leq 1$, wird immer wieder geworfen. Was ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis "Kopf tritt irgendwann auf"?

3. Aufgabe (Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten 1, 4 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ ein gegebener Wahrscheinlichkeitsraum, sowie $A, B \in \mathcal{E}$ mit $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{4}$ und $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$. Zeigen Sie

$$\frac{1}{12} \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{1}{3}$$

und geben Sie jeweils an, in welchem Fall Gleichheit gilt.

Finden Sie analoge Schranken für $A \cup B$.

4. Aufgabe (Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten 2, 4 Punkte)

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Bestimmen Sie den geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- a) Die 6 erscheint genau einmal.
b) Beide Zahlen sind gerade.
c) Die Summe der Zahlen ist durch 3 teilbar.