

1. Übung zur Vorlesung
LINEARE ALGEBRA I (LEHRAMTSBEZOGEN)

WS 2012/13

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraI_LA.php

Abgabe: bis zum 26. Oktober

1. Aufgabe *Einige Mengenidentitäten* (4)

Es seien A, B, C, X Mengen. Zeigen Sie, dass die folgenden Gleichungen gelten.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), \quad (1)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), \quad (2)$$

$$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B), \quad (3)$$

$$X \setminus (X \setminus A) = X \cap A. \quad (4)$$

2. Aufgabe *Injektionen und Surjektionen* (4)

Es seien X, Y, Z Mengen und $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ Abbildungen. Zeigen Sie:

- Sind f und g injektiv (surjektiv), so ist auch $g \circ f$ injektiv (surjektiv).
- Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.
- Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.

3. Aufgabe *Die Mächtigkeit der Potenzmenge* (4)

Es sei $n \in \mathbb{N}$ und M eine n -elementige Menge. Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion

$$|\mathcal{P}(M)| = 2^n,$$

dass also die Potenzmenge von M die Kardinalität 2^n hat.

4. Aufgabe *Kängurus* (4)

Gegeben sei diese Aufgabe:

- Folgende Voraussetzungen (a)-(j) seien erfüllt:
 - a) Die einzigen Tiere in diesem Haus sind Katzen.
 - b) Jedes Tier, das gern in den Mond guckt, ist als Schoßtier geeignet.
 - c) Wenn ich ein Tier verabscheue, gehe ich ihm aus dem Wege.
 - d) Nur Tiere, die nachts umherschweifen, sind Fleischfresser.
 - e) Jede Katze tötet Mäuse.
 - f) Nur die Tiere in diesem Haus mögen mich leiden.
 - g) Kängurus sind nicht als Schoßtiere geeignet.
 - h) Nur Fleischfresser töten Mäuse.
 - i) Ich verabscheue Tiere, die mich nicht leiden können.
 - j) Tiere, die nachts umherschweifen, gucken gerne in den Mond.

Folgern Sie hieraus: Ich gehe Kängurus aus dem Wege.

Anna folgert zur Lösung der Aufgabe:

- $(a) \wedge (f) \wedge (i) \Rightarrow (k) :=$ Ich verabscheue Tiere, die keine Katzen sind.
- $(k) \wedge (c) \Rightarrow$ Ich gehe allen Tieren, die keine Katzen sind, aus dem Weg.
- \Rightarrow Ich gehe Kängurus aus dem Weg.

Was hat Anna in ihrer Folgerung vergessen? Finden Sie Beispiele, in denen der Schritt, den Anna vergessen hat, wesentlich ist, um ihr klar zu machen, dass die Aufgabe noch nicht vollständig gelöst ist.

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Abgabe erfolgt in Gruppen, die zwei Leute umfassen sollen und nicht mehr als zwei Leute umfassen dürfen.

Bitte vermerken Sie den Termin Ihres Tutoriums auf der Abgabe.