Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Dr. Carsten Gräser, Dr. Carsten Schultz

5. Übung zur Vorlesung

Lineare Algebra I (lehramtsbezogen)

WS 2012/13

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2012/Vorlesungen/LineareAlgebraI_LA.php

Abgabe: bis zum 23. November

1. Aufgabe *Hyperebenen sind affine Unterräume* (4)
Es sei $n \in \mathbb{N}$, K ein Körper, $\nu \in K^n$, $a \in K$ und

$$U = \left\{ v \in K^n \colon \sum_{j=1}^{n} \nu_j v_j = 0 \right\}, \qquad H = \left\{ v \in K^n \colon \sum_{j=1}^{n} \nu_j v_j = a \right\}.$$

Zeigen Sie:

a) U ist ein Unterraum von K^n.

b) Ist $w \in H$, so ist $H = w + U$.

c) Ist $\nu \neq 0$, so ist H ein affiner Unterraum von K^n.

2. Aufgabe *Durch Vektoren gegebene Unterräume* (4)
Es sei K ein Körper, V ein K-Vektorraum, $n \in \mathbb{N}$ und $v^1, \ldots, v^n \in V$. Zeigen Sie, dass

$$U := \left\{ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v^j \colon \lambda_j \in K \right\}$$

ein Unterraum von V ist.

3. Aufgabe *Unterräume von $\mathbb{Z}_2^3$* (4)
Bestimmen Sie alle Unterräume des $\mathbb{Z}_2$-Vektorraums $\mathbb{Z}_2^3$, die $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ als Teilmenge enthalten.

4. Aufgabe *Schnitte von Hyperebenen* (4)
Gegeben seien die folgenden Ebenen im $\mathbb{R}^3$:

$$E_1 = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \colon 3v_1 - 3v_2 + v_3 = 3\right\}, \qquad E_2 = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \colon 3v_1 - 3v_2 + v_3 = 5\right\},$$
$$E_3 = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \colon v_1 + v_3 - v_3 = 0\right\},$$

sowie die Schnitte $S_1 = E_1 \cap E_2$, $S_2 = E_1 \cap E_3$. Welche der Mengen S_1, S_2 sind Geraden? Schreiben Sie die Geraden in der Form $u + \mathbb{R}v = \{u + \lambda v \colon \lambda \in \mathbb{R}\}$ mit $u, v \in \mathbb{R}^3$.