

4. Übung zur Vorlesung

Stochastik I

Wintersemester 2014/2015

Abgabe bis Freitag, 21.11.14, 12 Uhr

1. Aufgabe (Bedingte Wahrscheinlichkeiten, 4 Punkte)

Die k -te Urne von n Urnen enthält k rote und $n - k$ weiße Kugeln. Eine Urne wird zufällig gleichverteilt ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nach dem Ziehen einer Kugel die gewählte Urne noch mindestens so viele rote wie weiße Kugeln enthält.

2. Aufgabe (Glücksspiel, 4 Punkte)

Bei einem Glücksspiel wird eine faire Münze zweimal geworfen. Erscheint zweimal Kopf, gewinnt der Spieler einen Euro. Erscheint zweimal Zahl, muss der Spieler einen Euro zahlen. Erscheint einmal Kopf und einmal Zahl (egal in welcher Reihenfolge), so bleibt das Kapital des Spielers unverändert. Sei X die Veränderung des Kapitals.

- Berechnen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion von X , und bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .
- Wie ändern sich Erwartungswert und Varianz, wenn der Spieler 10 Euro statt einen Euro gewinnen bzw. verlieren kann?

3. Aufgabe (Momente, 4 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ eine diskrete Zufallsvariable. Zeigen Sie:

- $\mathbb{E}(X) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(X \geq n)$.
- $\mathbb{E}(X^2) = \sum_{n=1}^{\infty} (2n - 1) \mathbb{P}(X \geq n)$.

4. Aufgabe (Erwartungswert, 4 Punkte)

Ein Kartenblatt mit n Karten enthalte 2 Asses. Es wird gemischt (bis alle Reihenfolgen gleichwahrscheinlich sind), dann werden die Karten nacheinander aufgedeckt. Sei X die Anzahl der Karten bis das erste Ass erscheint, Y die Anzahl der Karten bis die zweite Ass erscheint. Bestimmen Sie $\mathbb{E}(X)$ und $\mathbb{E}(Y)$.