

## 7. Übung zur Vorlesung

# Stochastik I

Wintersemester 2014/2015

**Abgabe bis Freitag, 12.12.14, 12 Uhr**

**1. Aufgabe** (Gemeinsame Verteilung und Unabhängigkeit, 4 Punkte)

Der Zufallsvektor  $(X, Y)$  sei gleichverteilt auf dem Einheitskreis  $B := \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ , d.h., für die gemeinsame Dichte  $f(x, y)$  gilt  $f(x, y) = 1/\pi$  falls  $(x, y) \in B$  und  $f(x, y) = 0$  sonst.

- Berechnen Sie die Dichten  $f_X$  und  $f_Y$  von  $X$  bzw.  $Y$ .
- Sind  $X$  und  $Y$  unabhängig bzw. unkorreliert?
- Was ändert sich, wenn man anstatt des Einheitskreises das Einheitsquadrat  $A := \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 1\}$  betrachtet?

**2. Aufgabe** (Tschebyschev-Ungleichung, 4 Punkte)

Bei einer Werbeaktion eines Versandhauses sollen die ersten 1000 Einsender einer Bestellung eine Damen- bzw. Herrenarmbanduhr als Geschenk erhalten. Nehmen Sie an, dass sich beide Geschlechter gleichermaßen von dem Angebot angesprochen fühlen. Benutzen Sie die Tschebyschev-Ungleichung, um abzuschätzen, wie viele Damen- bzw. Herrenuhren das Kaufhaus vorrätig haben sollte, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 98% alle 1000 Einsender eine passende Uhr erhalten.

**3. Aufgabe** (Zufallsspaziergang auf  $\mathbb{Z}$ , 4 Punkte)

Ein Wanderer startet in 0 und geht immer mit Wahrscheinlichkeit  $1/2$  einen Schritt nach rechts oder links. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er nach endlich vielen Schritten zum Startpunkt 0 zurückkehrt?

**Bonusaufgabe**

Wie viele Schritte benötigt der Wanderer im Mittel, bis er zum erste Mal nach 0 zurückkehrt?

**4. Aufgabe** (Normalverteilung, 4 Punkte)

Eine bestimmte Schraube lässt sich nur dann gut in ein entsprechendes Gewinde schrauben, wenn die Differenz  $Y = X_2 - X_1$  aus Gewindedurchmesser  $X_2$  und Schraubendurchmesser  $X_1$  betragsmäßig kleiner als 1 mm ist. Die Qualitätssicherung einer Autofirma hat festgestellt, dass der Durchmesser der extern bestellten Schrauben normalverteilt mit  $\mu_1 = 20.2$  mm und  $\sigma_1 = 0.5$  mm ist. Die normalverteilten Gewindedurchmesser haben einen Erwartungswert von  $\mu_2 = 20$  mm und eine Streuung von  $\sigma_2 = 0.5$  mm. Wie groß ist der Anteil der Schrauben, die sich gut einschrauben lassen?