

10. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2015/2016

Abgabe: 21.1.2016

1. Aufgabe (4 TP)

Zeigen Sie, dass die Spaltensummennorm

$$\|A\|_1 = \max_{j=1,\dots,n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ zur Norm $\|\cdot\|_1$ auf \mathbb{R}^n gehört.

2. Aufgabe (3 TP)

Zeigen Sie, dass die Kondition einer Diagonalmatrix $M \in \mathbb{R}^{n,n}$ mit

$$M_{ij} = \begin{cases} \lambda_i & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und } \lambda_i \neq 0 \text{ für } i = 1, \dots, n$$

bezüglich der Norm $\|\cdot\|_\infty$ auf \mathbb{R}^n durch $\kappa_\infty(M) = \frac{\max_{i=1,\dots,n} |\lambda_i|}{\min_{i=1,\dots,n} |\lambda_i|}$ gegeben ist.

3. Aufgabe (1 + 4 + 1 + 1 TP)

Zu $x \in \mathbb{R}$ sei die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ x & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ gegeben.

- Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist $A(x)$ invertierbar?
- Berechnen Sie $A(x)^{-1}$ und $\kappa_\infty(A(x))$.
- Was geschieht mit $\kappa_\infty(A(x))$ in der Nähe der x_0 , für die $A(x_0)$ nicht invertierbar ist?
- Geben Sie ein x an, für das $\kappa_\infty(A(x)) < 10$ gilt.