

5. Übung zur Vorlesung  
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I  
WS 2015/2016

**Abgabe: 3.12.2015**

**1. Aufgabe** (6 TP)

- a) Zeigen Sie, dass für die absolute Kondition der Funktion  $f = g+h$  die Abschätzung

$$\kappa_{\text{abs}}(f, x) \leq \kappa_{\text{abs}}(h, x) + \kappa_{\text{abs}}(g, x)$$

gilt.

- b) Verwenden Sie dieses Resultat, um die absolute und die relative Kondition der Auswertung von  $f(x) = x^5 + |x^3|$  abzuschätzen.
- c) Berechnen Sie zudem die absolute und die relative Kondition der Auswertung von  $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x)$  in  $x = 0$ . Finden Sie ausserdem ein  $x$  für das die Abschätzung aus a) nicht scharf ist.

**2. Aufgabe** (4 TP)

Finden Sie eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und vier verschiedene Werte  $x_1, x_2, x_3, x_4$  in der Weise, dass hinsichtlich der Kondition der Funktionsauswertung an der jeweiligen Stelle jede der folgenden vier Möglichkeiten einmal auftritt:

- a)  $\kappa_{\text{abs}}$  groß,  $\kappa_{\text{rel}}$  klein  
b)  $\kappa_{\text{abs}}$  klein,  $\kappa_{\text{rel}}$  groß  
c)  $\kappa_{\text{abs}}$  groß,  $\kappa_{\text{rel}}$  groß  
d)  $\kappa_{\text{abs}}$  klein,  $\kappa_{\text{rel}}$  klein

**3. Aufgabe** (4 TP)

Gegeben sei die Drei-Term-Rekursion  $x_{k+1} + ax_k + bx_{k-1} = 0$ ,  $k \geq 0$  mit konstanten Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $x_{-1} \in \mathbb{R}$ .

- a) Berechnen Sie die absolute Kondition  $\kappa_{\text{abs}}^k$  der Auswertung von  $f_k(x_0) = x_k$  für beliebiges  $k \in \mathbb{N}$ .
- b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an  $a$ ,  $b$  und  $x_{-1} \in \mathbb{R}$  dafür an, dass  $\kappa_{\text{abs}}^k$  gleichmäßig beschränkt in  $k$  ist.