

7. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2015/2016

Abgabe: 17.12.2015

1. Aufgabe (4 TP)

Es soll die Funktion $f(x) = (a - bx)^2$ an der Stelle x_0 ausgewertet werden. Bestimmen Sie obere Schranken für die relative Stabilität der beiden folgenden Algorithmen. Skizzieren Sie Ihre Lösungen jeweils anhand eines Auswertungsbaumes (wie in der Vorlesung gezeigt).

a) $f(x) = (g_2 \circ g_1)(x) + (g_4 \circ g_3)(x)$ mit

$$g_1(x) = 2abx, \quad g_2(y) = a^2 - y, \quad g_3(x) = x^2, \quad g_4(y) = b^2y.$$

b) $f(x) = (h_3 \circ h_2 \circ h_1)(x)$ mit

$$h_1(x) = bx, \quad h_2(y) = a - y, \quad h_3(z) = z^2.$$

2. Aufgabe (5 TP)

Zur Auswertung einer Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ an einer Stelle $x \approx 1$ soll der Algorithmus

$$f(x) = \frac{x^8 - 1}{x^4 - 1} = \frac{g_2(g_1(x))}{g_2(g_3(x))}, \quad g_1(x) = x^8, \quad g_2(y) = y - 1, \quad g_3(x) = x^4$$

verwendet werden.

- Bestimmen Sie die relative Stabilität des Algorithmus an der Stelle x mit $|x| \neq 1$.
- Was geschieht für $x \rightarrow 1$?
- Geben Sie einen besseren Algorithmus an, für den die relative Stabilität in $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ gleichmäßig beschränkt ist. Dabei können die Grundrechenarten sowie Elementarfunktionen der Art $h(x) = x^n$ und $h(x) = x + c$ verwendet werden.

3. Aufgabe (2 PP + 2 TP)

Die Gusto AG aus Berlin möchte ihr Pasta-Sortiment um 500mm lange Vollkorn-Spaghetti erweitern. Anhand einer Stichprobe von 10000 Spaghettis aus dem ersten Produktionslauf soll die Maßgenauigkeit der hergestellten Teigwaren überprüft werden.

Es sei $(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ ein Vektor von Stichproben und

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

der Mittelwert von x . Zur Berechnung der *Stichprobenvarianz* S^2 der Stichprobe x stehen die zwei Formeln

$$\text{a) } S_a^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{b) } S_b^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)$$

zur Verfügung.

- Erzeugen Sie in `matlab` mit `x = randn(10000, 1) + 500` einen Vektor mit 10000 normalverteilten Zufallseinträgen.
- Berechnen Sie die zu dieser Stichprobe x die Stichprobenvarianz nach den beiden oben angegebenen Formeln.
- Welche der beiden Formeln würden Sie der Gusto AG zur Auswertung ihrer Stichprobe empfehlen? Begründen Sie Ihre Antwort!