Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Christof Schütte, Rudolf Huttary

1. Übung zur Vorlesung

Computerorientierte Mathematik I

WS 2016/2017

Abgabe: 7.11.2016

1. Aufgabe (4 TP)
Bestimmen Sie nachvollziehbar (d.h. mit Zwischenschritten) die Darstellung x der natürlichen Zahlen zur jeweils gegebenen Basis:

a)$72_{10} = x_3$, b)$4453_6 = x_2$, c)$654_7 = x_4$, d)$21\mathrm{HAG}_{18} = x_{36}$.

2. Aufgabe (8 PP + 2 Zusatz-PP)

a) Geben Sie einen Algorithmus an, mit dem die Darstellung einer Zahl n zur Basis 10 in ihre Darstellung zur Basis q umgerechnet werden kann, und implementieren Sie diesen Algorithmus in Matlab. Testen Sie den Algorithmus für $q = 2$ und $n = 1023, 1024, 10, 16, 2, 0$ und überprüfen Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Funktion `dec2bin`. *Hinweis:* Eventuell hilfreich sind die Matlab-Funktion `rem`, die den Rest bei Division mit Rest ausrechnet, sowie die Funktionen `floor` und `ceil`, die auf die jeweilige nächstkleinere bzw. nächstgrößere ganze Zahl runden. Das bedeutet: `rem(5,2) = 1` und `floor(1.9) = 1 = ceil(0.1)`.

b) Erweitern Sie Ihren Algorithmus auf die Darstellung negativer Zahlen im Zweierkomplement. Das heißt, eine negative Zahl zur Basis 10 soll in ihre Komplementärdarstellung zur Basis 2 umgewandelt werden

$$n = 1 + \sum_{i=0}^{N-2} (1 - z_i) \cdot 2^i,\ N \in \mathbb{N}, z_i \in \{0, 1\}.$$

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Darstellung der positiven Zahl und dann nach dem in der Vorlesung vorgestellten Schema die Darstellung im Zweierkomplement.

c) *Zusatzaufgabe:* Programmieren Sie eine Funktion, die zwei gegebene Zahlen x_1, x_2 zur Basis 10 in die Dualzahldarstellung umwandelt (für negative Zahlen ist das Zweierkomplement zu wählen) und anschließend die Addition durchführt.

3. Aufgabe (4 TP)
Gegeben sei die Darstellung

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_{0_r}$$

einer natürlichen Zahl zur Basis $r = q^k$ mit Ziffern $a_i \in \mathcal{Z}_r = \{0, 1, \dots, r-1\}$ und $a_{n-1} \neq 0$, wobei $q, k, r \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt. Wie sieht die Darstellung

$$b_{m-1}b_{m-2}\dots b_1b_{0_q}$$

dieser Zahl zur Basis q mit Ziffern $b_i \in \mathcal{Z}_q = \{0, 1, \dots, q-1\}$ und $b_{m-1} \neq 0$ aus? Begründen Sie Ihre Aussage!
Hinweis: Überlegen Sie sich, warum $m \leq nk$ gilt.

4. Aufgabe (4 Zusatz-TP)
Stellen Sie sich vor, Sie seien ein Additionswerk in einem Prozessor. Abgesehen davon, daß Sie dann vieler anderer Probleme ledig wären, hätten Sie ein neues: Addieren. Machen Sie sich (und Ihrem Tutor) anhand von drei sorgfältig gewählten Beispielen für je zwei von Ihnen gewählte vierstellige *binäre* Zahlen der Form $d_3d_2d_1d_0$, $d_i \in \{0, 1\}$ klar, daß sich Subtraktion als Addition des Zweierkomplementes ausführen lässt.
Hinweis: Ihr Tutor wird nicht überzeugt sein, wenn Sie sich 3 beliebige Zahlenbeispiele ausdenken - überlegen Sie sich gut, welche Probleme bei der Addition ganzer Binärzahlen auftreten könnten.

Allgemeine Hinweise

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (`Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Felix Mann <felix.mann@fu-berlin.de>`).