

11. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2016/2017

Abgabe: nicht erforderlich

1. Aufgabe (0 P)

Es geht um die Notation $\mathcal{O}(g(x))$ für $x \rightarrow \infty$.

a) Schreiben Sie entsprechend die folgenden Ausdrücke in asymptotischer Notation:

a) $5x^3 - x^2 + 1$

b) $e^{-x} + x^2$

b) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $\mathcal{O}(x^2) + \mathcal{O}(x^3)$

b) $\mathcal{O}(x^2) - \mathcal{O}(x^2)$

c) $\mathcal{O}(x^2) - \mathcal{O}(x^3)$

d) $17 \cdot \mathcal{O}(x^3)$

e) $x \cdot \mathcal{O}(x^3)$

f) $\mathcal{O}(x^2) \cdot \mathcal{O}(x^3)$

g) $\frac{\mathcal{O}(x^3)}{x^2}$

2. Aufgabe (0 P)

Zeigen Sie, dass zu gegebener Vektornorm $\|\cdot\|$ im $\mathbb{R}^n$ durch die Matrixnorm

$$\|A\|_M = \sup_{\substack{x \in \mathbb{R}^n \\ x \neq 0}} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}, \quad A \in \mathbb{R}^{n,n}$$

tatsächlich eine Norm definiert wird.

3. Aufgabe (0 P)

Gegeben seien die Geradengleichungen

$$g(x) = mx + b, \quad h(x) = (m + \epsilon)x$$

mit festem b und $m \geq 0$ und $\epsilon > 0$. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung des Schnittpunkts (x_i, y_i) der beiden Geraden auf. berechnen Sie die Kondition der zugehörigen Koeffizientenmatrix bzgl. $\|\cdot\|_\infty$ -Norm. Diskutieren Sie die Abhängigkeit des Ergebnisses von ϵ und geben Sie die Interpretation Ihrer Beobachtungen.

4. Aufgabe (0 P)

Wir suchen ein Polynom zweiten Grades, also eine quadratische Funktion der Form $p(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, deren Graph durch die Punkte $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$ geht, wobei die x_i paarweise verschieden sein sollen. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem der Form $Aa = b$ auf, mit einer 3×3 -Matrix A und Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^3$, aus dessen Lösung Sie die Koeffizienten α, β und γ bestimmen können. Lösen Sie das Gleichungssystem mittels des Gauß-Algorithmus für die Wertepaare $(x_i, y_i) = (1, 1), (2, 4), (3, 9)$. Hat das Gleichungssystem für alle $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$, mit paarweise verschiedenen x_i eine eindeutige Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort.

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben dienen zur Klausurvorbereitung und sollen nicht abgegeben werden.