

6. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2016/2017

Abgabe: 12.12.2016

1. Aufgabe (6 TP)

- a) Beweisen Sie folgende Verallgemeinerung eines Satzes aus der Vorlesung: Seien $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$ Funktionen mit $f_i(D_i) \subset D_{i+1}$ und $f_i(x_i) = x_{i+1}$ für alle $i = 1, \dots, n-1$. Bezeichne weiter $\kappa_{\text{abs}}(f_i, x_i)$ die absolute Kondition von f_i an x_i . Dann gilt für die absolute Kondition κ_{abs} der Funktion $f(x) = f_n \circ \dots \circ f_1(x)$ im Punkt x_1

$$\kappa_{\text{abs}} \leq \kappa_{\text{abs}}(f_n, x_n) \cdot \dots \cdot \kappa_{\text{abs}}(f_1, x_1) .$$

Sind die f_i allesamt differenzierbar, so gilt sogar Gleichheit.

- b) Berechnen Sie eine obere Schranke für die absolute Kondition der beiden Funktionen $f(x) = \cos(x^3)$ und $g(x) = e^{|\sin(x)|}$.

2. Aufgabe (6 TP)

Wir betrachten die Funktion $f(x, y, z) = x(y - z) = xy - xz$ für positive reelle Zahlen $x, y, z \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass für die relative Kondition der Auswertung von f

$$\kappa_{\text{rel}} = 1 + \frac{|y| + |z|}{|y - z|} = 2468$$

gilt, wenn x, y, z die Werte $x = 1111$, $y = 1234$, $z = 1233$ haben.

3. Aufgabe (8 PP)

Gegeben seien folgende Funktion f und ihre Umkehrfunktion f^{-1} :

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x+2) & x, f(x) &\in [-1, \infty) \\ f^{-1}(y) &= \sqrt{y+1} - 1 & y, f^{-1}(y) &\in [-1, \infty) \end{aligned}$$

Die Verkettung von f und f^{-1} führt unabhängig von der Reihenfolge zur Identität auf $[-1, \infty)$.

- a) Schreiben Sie eine `matlab`-Funktion, die die Verkettung zweier Funktionen implementiert.
- b) Berechnen Sie mit Hilfe dieser Funktion die Identitäten $x = f^{-1}(f(x))$ und $y = f(f^{-1}(y))$ für $x, y = -1+1\text{e-}12, -1+1\text{e-}8, -1+1\text{e-}4$. Lassen Sie sich Ihre Rechenergebnisse nach Eingabe von `format long e` auf dem Bildschirm anzeigen.
- c) Berechnen Sie die jeweiligen relativen Auswertungsfehler.
- d) Wie erklären Sie sich die Resultate?

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Felix Mann <felix.mann@fu-berlin.de>).