

7. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2016/2017

Abgabe: Dienstag(!) 3.1.2017 (10:00)

1. Aufgabe (4 TP)

Es soll die Funktion $f(x) = (a - bx)^2$ an der Stelle x_0 ausgewertet werden. Bestimmen Sie obere Schranken für die relative Stabilität der beiden folgenden Algorithmen:

a) $f(x) = (g_2 \circ g_1)(x) + (g_4 \circ g_3)(x)$ mit

$$g_1(x) = 2abx, \quad g_2(y) = a^2 - y, \quad g_3(x) = x^2, \quad g_4(y) = b^2y.$$

b) $f(x) = (h_3 \circ h_2 \circ h_1)(x)$ mit

$$h_1(x) = bx, \quad h_2(y) = a - y, \quad h_3(z) = z^2.$$

2. Aufgabe (4 TP)

Die Exponentialfunktion $\exp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \exp(x)$ soll durch die Funktion

$$f_N(x) := \sum_{k=0}^N \frac{x^k}{k!}$$

(also der Potenzreihenentwicklung bis zur N -ten Ordnung) approximiert werden.

- a) Welche Schwierigkeiten erwarten Sie für $x < 0$?
- b) Geben Sie einen Algorithmus zur Approximation von $\exp(-x)$ mit $x > 0$ an, bei dem diese Schwierigkeiten nicht auftreten.

3. Aufgabe (4 TP+8 PP)

- a) Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1+2x} - \frac{1-x}{1+x},$$

welche in der Nähe des Nullpunktes ausgewertet werden soll. Berechnen Sie zunächst die relative Kondition κ_{rel} von f im Punkt $x_0 > 0$. Diskutieren Sie anschließend die relative Stabilität σ_{rel} der Auswertung des durch die Funktionsvorschrift gegebenen Algorithmus.

- b) Finden Sie für f einen stabileren Algorithmus g .
- c) Berechnen Sie die relativen Fehler ϵ_f, ϵ_g für die Auswertung von f und g an der Stelle 0,01 indem Sie das Matlab-Programm `taschenrechner(L,x,y,op)` von Aufgabenblatt 3 mit dem Wert $L = 3$ verwenden. (Hinweis: Der exakte Wert ist also von Hand zu berechnen!)
- d) Erstellen Sie zur Visualisierung des relativen Fehlers für das Intervall $[-1.5 : s : 0.5]$ einen Plot des relativen Fehlers von f bzgl. g , das hier, mit voller Matlab-Genauigkeit berechnet, als Referenz verwendet werden soll. Wählen Sie dazu eine sinnvolle Schrittweite s .

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Felix Mann <felix.mann@fu-berlin.de>).