

9. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2016/2017

Abgabe: Montag 23.1.2017 (10:00)

1. Aufgabe (4 TP)

Was versteht man unter der Stabilität eines Algorithmus in Abgrenzung von der Kondition des Problems? Erläutern Sie kurz in ganzen Sätzen die zentralen Aspekte. Illustrieren Sie, wenn nötig, den Sachverhalt anhand einer Skizze.

2. Aufgabe (8 TP)

Zur Auswertung einer Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ an einer Stelle $x \approx 1$ soll der Algorithmus

$$f(x) = \frac{x^8 - 1}{x^4 - 1} = \frac{g_2(g_1(x))}{g_2(g_3(x))}, \quad g_1(x) = x^8, \quad g_2(y) = y - 1, \quad g_3(x) = x^4$$

verwendet werden.

- Bestimmen Sie die relative Stabilität des Algorithmus an der Stelle x mit $|x| \neq 1$.
- Was geschieht für $x \rightarrow 1$?
- Geben Sie einen besseren Algorithmus zur Auswertung der Funktion f an, für den die relative Stabilität in $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ gleichmäßig beschränkt ist. Dabei können die Grundrechenarten sowie Elementarfunktionen der Art $h(x) = x^n$ und $h(x) = x + c$ verwendet werden.

3. Aufgabe (12 PP)

- Es soll ein ungeordneter Zahlenvektor x mit $N \geq 1$ Elementen aufsteigend sortiert werden. Implementieren Sie dafür den im Skript im Kapitel 2 vorgestellten Algorithmus `y = mergesort(x)` mit MATLAB .

Schreiben und verwenden Sie eine Hilfsfunktion `z = merge(x,y)`, deren Eingaben `x` und `y` Vektoren der Länge p bzw. q sind. Der Ausgabevektor `z` hat entsprechend die Länge $p + q$.

b) Testen Sie `mergesort` an Mengen der Form

$$M_N = \{x_i \mid x_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, N\}.$$

für $N = 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4$ (oder so weit, wie die Rechenzeit noch akzeptabel ist). Erzeugen Sie zwei Diagramme, die für die Wahl $m = 1$ beziehungsweise $m = \text{floor}(n/2)$ jeweils die Sortierzeit gemessen in der Anzahl der notwendigen Vergleiche in Abhängigkeit von N zeigen. Welche Abhängigkeit beobachten Sie (quadratisch, logarithmisch, ...)?

Hinweis: Mit der Funktion `rand` können Sie gleichverteilte (Pseudo-) Zufallszahlen erzeugen. Falls Sie an einem Vergleich interessiert sind: Die von `MATLAB` bereit gestellte Funktion `sort` implementiert QuickSort.

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Aufgaben sollten in Zweiergruppen gelöst und bei Ihrem Tutor abgegeben werden. Programmcode senden Sie bitte als **lauffähiges (!)** Matlab-Script per Email an Ihren Tutor. (Tony Schwedek <tony.schwedek@fu-berlin.de>, Felix Mann <felix.mann@fu-berlin.de>).