

3. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I

WiSe 2017

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2017/CoMaI.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2017/CoMaI.php)

**Abgabe: Donnerstag, 23. November 2017, 14:00 Uhr**

Die Punkte unterteilen sich in Theoriepunkte (TP) und Programmierpunkte (PP). Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel, insbesondere der Programmieraufgaben.

**1. Aufgabe** (8 TP)

Für  $x, y, s \in \mathbb{R}$  mit  $x, y, s > 0$  soll auf einem Rechner überprüft werden, ob die Gleichheit

$$x + y = s \tag{1}$$

gilt. Dabei ist zu beachten, dass im Rechner nur  $\text{rd}(x)$ ,  $\text{rd}(y)$ ,  $\text{rd}(s)$  darstellbar sind und  $\text{eps} \leq 0.5$  gilt.

a) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die Prüfung von

$$\text{rd}(x) + \text{rd}(y) = \text{rd}(s) \tag{2}$$

nicht sinnvoll ist, da im Allgemeinen nicht „(1)  $\Rightarrow$  (2)“ gilt.

b) Zeigen Sie, dass die Abfrage

$$|\text{rd}(x) + \text{rd}(y) - \text{rd}(s)| \leq 4 |\text{rd}(s)| \text{eps} \tag{3}$$

in dem Sinne sinnvoll ist, dass „(1)  $\Rightarrow$  (3)“ gilt.

**2. Aufgabe** (8 PP)

a) Schreiben Sie eine Funktion  $y = \text{runden}(x, L)$ , die eine Eingabezahl  $x$  auf  $L$  Stellen rundet.

*Zur Klarstellung:* Dies soll gerade der Abbildung  $\text{rd}$  nach  $\mathbb{G}(10, L)$  aus der Vorlesung mit kaufmännischem Runden entsprechen, also insbesondere *nicht* der Darstellung als Festkommazahl.

**Hinweis:** Mit `format long` können Sie MATLAB dazu bewegen, mehr Nachkommastellen auszugeben. Auf diese Weise können Sie leichter die Richtigkeit Ihrer Ergebnisse prüfen.

- b) Schreiben Sie Funktionen  $z = \text{add}(x, y, rd)$  und  $z = \text{mult}(x, y, rd)$ . Hierbei sind  $x$  und  $y$  skalare Zahlen und  $rd$  ist ein Funktionshandle zu einer Rundungsfunktion (wie beispielsweise  $\text{runden}(\cdot, L)$  aus der vorangegangenen Unteraufgabe für festes  $L$ ). Als Rückgabewert wird die mit  $rd$  gerundete Summe bzw. Produkt der ebenfalls mit  $rd$  gerundeten Skalare  $x$  und  $y$  erwartet.

*Anders formuliert:* Implementieren Sie die Addition und Multiplikation im Sinne der Gleitkommaarithmetik entsprechend Vorlesung, wobei die zu verwendende Rundungsfunktion als zusätzlicher Parameter übergeben wird.

- c) Schreiben Sie eine Funktion  $c = \text{binomA}(a, b, rd)$ , die die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$(\tilde{a} + \tilde{b})^2$$

auswertet und in der Variablen  $c$  zurückgibt, wobei  $\tilde{a}$  und  $\tilde{b}$  die mit  $rd$  gerundeten Werte von  $a$  und  $b$  sind und wobei die Ergebnisse von Addition und Multiplikation ebenso mit  $rd$  gerundet werden. Nutzen Sie hierfür die Funktionen  $\text{add}$  und  $\text{mult}$  aus der vorangegangenen Unteraufgabe.

- d) Schreiben Sie analog zur vorangegangenen Unteraufgabe eine Funktion  $c = \text{binomB}(a, b, rd)$ , die nun jedoch die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$a^2 + 2ab + b^2$$

auswertet.

- e) Nutzen Sie Ihre Funktionen  $\text{binomA}$  und  $\text{binomB}$  mit  $rd = \text{runden}(\cdot, L)$ , um für  $a = 0,012345$  und  $b = -0,01234$  zu entscheiden, welche der beiden Darstellungen der binomischen Formel in diesem Fall die bessere ist. Betrachten Sie dabei verschiedene Werte für  $L$  und versuchen Sie das beobachtete Verhalten zu erklären. Schreiben Sie Ihre Antwort in eine Text-Datei mit dem Namen `beobachtungen.txt`.

**Hinweis:** Sie sollten Ihre Argumentation auf konkrete Daten stützen, die Sie ebenso in die Text-Datei aufnehmen. Unter Umständen finden Sie für die Darstellung und Auswertung der Daten den Abschnitt zur formatierten Textausgabe aus dem Einführungsskript hilfreich.

**Zur Abgabe der Programme:** Packen Sie die Dateien `runden.m`, `add.m`, `mult.m`, `binomA.m`, `binomB.m` sowie `beobachtungen.txt` in ein ZIP-Archiv. Benennen Sie das ZIP-Archiv mit Ihrem ZEDAT-Accountnamen und schicken Sie dieses per Email an Ihren Tutor. Achten Sie auch auf Groß- und Kleinschreibung bei den Dateinamen.