

3. Übung zur Vorlesung  
**COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I**  
WS 2018/19  
[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2018/CoMaI.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2018/CoMaI.php)

**Abgabe: 12.11.18**

**1. Aufgabe** (6 Theorie-Punkte)

Für  $x, y, s \in \mathbb{R}$  mit  $x, y, s > 0$  soll mit dem Rechner mit Maschinengenauigkeit  $\epsilon$  überprüft werden, ob

$$x + y = s \quad (1)$$

gilt. Dabei ist zu beachten, daß im Rechner nur  $\text{rd}(x)$ ,  $\text{rd}(y)$ ,  $\text{rd}(s)$  darstellbar sind. Zur Vereinfachung nehmen wir hier an, dass die Addition *nicht* mit einer weiteren Rundung verbunden ist, dass also  $\text{rd}(\text{rd}(x) + \text{rd}(y)) = \text{rd}(x) + \text{rd}(y)$  gilt:

a) Zeigen Sie durch ein Beispiel, daß die Prüfung von

$$\text{rd}(x) + \text{rd}(y) = \text{rd}(s) \quad (2)$$

nicht sinnvoll ist, d.h. im allgemeinen nicht „(1)  $\Rightarrow$  (2)“ gilt.

b) Zeigen Sie, daß „(1)  $\Rightarrow$  (3)“ gilt, daß also die Abfrage

$$|\text{rd}(x) + \text{rd}(y) - \text{rd}(s)| \leq 4|\text{rd}(s)|\epsilon \quad (3)$$

sinnvoll ist.

**2. Aufgabe** (4 Theorie-Punkte)

Es sei  $x > 0$  mit  $\text{rd}(x) > 0$  gegeben,  $\epsilon$  bezeichne wieder die Maschinengenauigkeit.

a) Zeigen Sie zuerst, dass

$$\frac{|x - \text{rd}(x)|}{|x|} \leq \frac{|\text{rd}(x) - x|}{|\text{rd}(x)|}(1 + \epsilon),$$

b) Zeigen Sie, dass daher auch die Beziehung

$$\frac{|x - \text{rd}(x)|}{|x|} = \frac{|\text{rd}(x) - x|}{|\text{rd}(x)|} + o(\epsilon),$$

gilt.

**3. Aufgabe** (2 Theorie-Punkte)

Es seien Funktionen  $f(x) = o(x)$  und  $g(x) = o(x)$  für  $x \rightarrow 0$  gegeben. Zeigen oder widerlegen Sie:

$$f(x) + g(x) = o(x).$$

Hinweis zu den Beweisen:

Sie dürfen die in der Vorlesung vorgestellte Darstellung der Rundung einer Zahl  $x \in \mathbb{R}$  in der Form  $\text{rd}(x) = \tilde{x} = x(1 + \varepsilon_x)$  mit  $|\varepsilon_x| < \text{eps}$ , sowie o.B.d.A.  $\text{eps} < 1/4$  und die daraus folgende Abschätzung

$$\frac{1}{1 - \text{eps}} < \frac{4}{3}$$

verwenden.

Allgemeine Hinweise:

Bitte senden Sie grundsätzlich den Matlab-Code (\*.m-File) unter dem Betreff *CoMa* per E-Mail an Ihren Tutor. Denken Sie daran, Ihre Programme gut zu kommentieren (Kommentar hinter ein %-Zeichen setzen). Senden Sie Programmcode, Testlauf (Programmaufruf und zugehörige Ausgabe) und eventuelle Plots per E-Mail und drucken sie den Code aus und legen Sie ihn zusammen mit den Theorieaufgaben in das Fach Ihres Tutors.