Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Ch. Schuette, J. Zonker

9. Übung zur Vorlesung

Computerorientierte Mathematik I

WS 2018/19

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2018/CoMaI.php

Abgabe: 21.01.19

1. Aufgabe (4 Theorie-Punkte)
Wir benutzen die Notation $\mathcal{O}(g(x))$ für $x \to \infty$.

a) Schreiben Sie entsprechend die folgenden Ausdrücke in asymptotischer Notation für $x \to \infty$:
   a) $5x^3 - x^2 + 1$
   b) $e^{-x} + x^2$

b) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:
   a) $\mathcal{O}(x^2) + \mathcal{O}(x^3)$
   b) $\mathcal{O}(x^2) - \mathcal{O}(x^2)$
   c) $17 \cdot \mathcal{O}(x^3)$
   d) $x \cdot \mathcal{O}(x^3)$

2. Aufgabe (4 Theorie-Punkte)
Wir suchen ein Polynom des Grades 2, also eine quadratische Funktion der Form $p(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, deren Graph durch die Punkte (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3$ geht, wobei die x_i paarweise verschieden sein sollen. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem der Form $Aa = b$ auf, mit einer 3×3-Matrix A und Vektoren $a, b \in R^3$, aus dessen Lösung sie die Koeffizienten α, β und γ bestimmen können.

a) Lösen Sie das Gleichungssystem mittels des Gauss-Algorithmus für die Wertepaare $(x_i, y_i) = (1, 1), (2, 4), (3, 9)$.

b) Hat das Gleichungssystem für alle (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3$, mit paarweise verschiedenen x_i eine eindeutige Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Regularität von A untersuchen.

3. Aufgabe (4 Theorie-Punkte)
Entwerfen Sie einen Algorithmus zur Berechung der inversen Matrix A^{-1} einer quadratischen Matrix A unter Benutzung des Gauss-Algorithmus. Es reicht aus, den Algorithmus in Worten ausreichend genau zu beschreiben. Erläutern Sie die Funktionsweise Ihres Algorithmus anhand eines Beispiels mit einer nicht-trivialen 3×3-Matrix. Was geht schief, wenn man den Algorithmus auf die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

anwendet?