

10. Übung zur Vorlesung
COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I
WS 2018/19
http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2018/CoMaI.php

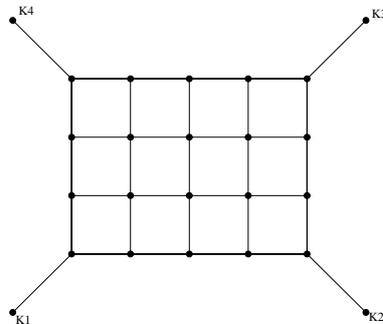
Abgabe: 28.01.19

1. Aufgabe (3 Theorie-Punkte)
Gegeben seien die Geradengleichungen

$$g(x) = mx + b, \quad h(x) = (m + \epsilon)x$$

mit festem b und $m \geq 0$ und $\epsilon > 0$. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung des Schnittpunkts (x_s, y_s) der beiden Geraden auf. Berechnen Sie die Kondition der zugehörigen Koeffizientenmatrix bzgl. der $\|\cdot\|_\infty$ -Norm. Diskutieren Sie die Abhängigkeit des Ergebnisses von ϵ und geben Sie eine Interpretation Ihrer Beobachtungen.

2. Aufgabe (3 Theorie-Punkte, 2 Programmier-Punkte)
Gegeben sei folgendes Rohrnetzwerk:



Im stationären Zustand ist der Druck in jedem End- bzw. Kreuzungspunkt (mit Ausnahme der mit K_i , $i = \{1, \dots, 4\}$ bezeichneten Stellen) gleich dem Durchschnitt der Drücke in den Nachbarpunkten. An den Stellen K_i mit $i = \{1, \dots, 4\}$ seien Gaswerke mit festem Druck von $K_i = 10i$ installiert.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem für die Werte des Drucks an den Knotenpunkten auf.
- Schreiben Sie dieses Gleichungssystem in Matrix-Vektor-Schreibweise um.
- Berechnen Sie nun die Kondition der zugehörigen Koeffizientenmatrix in der ∞ -Norm.
- Lösen Sie das Gleichungssystem mit Matlab und erstellen Sie eine geeignete grafische Darstellung der Lösung.

3. Aufgabe (4 Theorie-Punkte)

Gegeben sind die Matrix A und die beiden Vektoren b_1 und b_2 ,

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \varepsilon \end{bmatrix}, \quad b_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad b_2 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

wobei $0 < \varepsilon \ll 1$ als Eingabe aufgefasst werden soll.

- a) Berechnen Sie die Kondition $\kappa(A) = \|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$.
- b) Berechnen Sie nun die Lösungen x_1 und x_2 der beiden linearen Gleichungssysteme $Ax_1 = b_1$ und $Ax_2 = b_2$. Beachten Sie, dass die Matrix A und die rechte Seite b_1 den gemeinsamen Eingabewert ε haben; sie sind miteinander verkoppelt. Interpretieren Sie die Ergebnisse mit Hinblick auf den Wert von $\kappa(A)$.

Allgemeine Hinweise:

Bitte laden Sie MatLab-Code grundsätzlich unter dem zugehörigen Assignment im KVV hoch. Denken Sie daran, Ihre Programme gut zu kommentieren (Kommentar hinter ein %-Zeichen setzen). Laden Sie Programmcode, Testlauf (Programmaufruf und zugehörige Ausgabe) und eventuelle Plots ins KVV hoch und drucken sie den Code aus und legen Sie ihn zusammen mit den Theorieaufgaben in das Fach Ihres Tutors.