

1. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I

WS 2019/2020

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2019/CoMaI.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2019/CoMaI.php)

**Abgabe: Fr., 8. November 2019, 12:00 Uhr**

**1. Aufgabe** (4 TP)

Bestimmen Sie nachvollziehbar (d. h. mit Zwischenschritten) die Darstellung der gegebenen natürlichen Zahlen in der jeweils angegebenen Basis:

$$\text{a) } 5453_6 = (\dots)_2, \quad \text{b) } 72_{10} = (\dots)_3, \quad \text{c) } 654_7 = (\dots)_9, \quad \text{d) } 17\text{HAI}_{26} = (\dots)_{36}.$$

Um Missverständnisse zu vermeiden: Sie sollen beispielsweise für Aufgabe a) die Zahl  $5453_6$ , die im Hexalsystem angegeben ist, zur Basis 2 angeben, also als Binärzahl.

**2. Aufgabe** (4 TP)

Seien  $q, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  und  $r := q^k$ . Gegeben sei die Darstellung

$$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0)_r$$

einer natürlichen Zahl zur Basis  $r$  mit Ziffern  $a_i \in \mathcal{Z}_r = \{0, 1, \dots, r-1\}$  und  $a_n \neq 0$ . Wie sieht die Darstellung dieser Zahl zur Basis  $q$  aus, also in der Form

$$(b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0)_q$$

mit Ziffern  $b_i \in \mathcal{Z}_q = \{0, 1, \dots, q-1\}$  und  $b_m \neq 0$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Hinweis:** Es könnte helfen, sich zu überlegen, warum  $m \leq (n+1)k$  gilt.

### 3. Aufgabe (8 PP)

In dieser Aufgabe sollen Sie in PYTHON eine Funktion implementieren, die ganze Zahlen im Dezimalsystem als Zahlen im Dualsystem darstellt. Gehen Sie dabei in mehreren Schritten vor:

- a) Implementieren Sie eine Funktion `ntobasetwo(n, c)`, die eine natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$  in eine Binärzahl der Länge  $c$  umwandelt.

Als Rückgabewert wird ein Vektor  $b$  der Länge  $c$  erwartet, sodass

$$n = \sum_{i=1}^c b_i 2^{i-1}$$

sowie  $b_i \in \{0, 1\}$  für alle  $i \in \{1, \dots, c\}$  gilt.

Für den Fall, dass  $n$  nicht als Binärzahl der Länge  $c$  dargestellt werden kann, soll Ihr Programm das Ergebnis entsprechend abschneiden. Sprich, falls  $n = \sum_{i=1}^m b_i 2^{i-1}$  mit  $m > c$  gilt, sollen nur die  $b_i$  mit  $i \in \{1, \dots, c\}$  zurückgegeben werden.

**Hinweis:** Sie dürfen hier und im Folgenden frei wählen, ob Sie den Rückgabewert als numerischen oder als logischen Vektor realisieren.

- b) Implementieren Sie eine Funktion `complement(b)`, die das Zweierkomplement einer Binärzahl entsprechend der Vorlesung berechnet. Dabei wird als Eingabe ein Vektor  $b$  erwartet mit  $b_i \in \{0, 1\}$ . Der Rückgabewert soll auch ein Vektor  $\hat{b}$  mit  $\hat{b}_i \in \{0, 1\}$  sein, sodass  $b$  und  $\hat{b}$  dieselbe Länge haben.
- c) Implementieren Sie eine Funktion `ztobasetwo(z, c)`, die eine ganze Zahl  $z \in \mathbb{Z}$  in eine Binärzahl der Länge  $c$  umwandelt, wobei negative Zahlen mit Hilfe des Zweierkomplements realisiert werden. Verwenden Sie dabei die Funktionen aus den vorangegangenen Teilaufgaben.

Als Rückgabewert wird jeweils ein Vektor  $b$  der Länge  $c$  mit  $b_i \in \{0, 1\}$  erwartet.

**Wichtig:** Verwenden Sie keine der in PYTHON (oder Python-Bibliotheken) vordefinierten Funktionen zur direkten Umwandlung zwischen Zahlensystemen.

**Hinweis:** Eventuell sind die Funktionen `np.mod`, `np.floor` und `np.ceil` aus der NUMPY-Bibliothek für Sie hilfreich. Außerdem sollten Sie mit `if`-Abfragen und `for`-Schleifen vertraut sein.

#### ALLGEMEINE HINWEISE

Die Punkte unterteilen sich in Theoriepunkte (TP) und Programmierpunkte (PP). Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel, insbesondere der Programmieraufgaben.