

3. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I

WS 2019/2020

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2019/CoMaI.php

Abgabe: Fr., 22. November 2019, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (8 TP)

Für $x, y, s \in \mathbb{R}$ mit $x, y, s > 0$ soll auf einem Rechner überprüft werden, ob die Gleichheit

$$x + y = s \tag{1}$$

gilt. Dabei ist zu beachten, dass im Rechner nur $\text{rd}(x)$, $\text{rd}(y)$, $\text{rd}(s)$ darstellbar sind und $\text{eps} \leq 0.5$ gilt.

a) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die Prüfung von

$$\text{rd}(x) + \text{rd}(y) = \text{rd}(s) \tag{2}$$

nicht sinnvoll ist, da im Allgemeinen nicht „(1) \Rightarrow (2)“ gilt.

b) Zeigen Sie, dass die Abfrage

$$|\text{rd}(x) + \text{rd}(y) - \text{rd}(s)| \leq 4 |\text{rd}(s)| \text{eps} \tag{3}$$

in dem Sinne sinnvoll ist, dass „(1) \Rightarrow (3)“ gilt.

2. Aufgabe (8 PP + 2 TP Bonuspunkte)

a) Schreiben Sie eine Funktion `runden(x, L)`, die eine Eingabezahl x auf L Stellen rundet.

Zur Klarstellung: Dies soll gerade der Abbildung rd nach $\mathbb{G}(10, L)$ aus der Vorlesung mit kaufmännischem Runden entsprechen, also insbesondere *nicht* der Darstellung als Festkommazahl.

b) Schreiben Sie Funktionen `add(x, y, rd)` und `mult(x, y, rd)`. Hierbei sind x und y skalare Zahlen und rd ist eine Rundungsfunktion (wie beispielsweise `runden(·, L)` aus der vorangegangenen Unteraufgabe für festes L). Als Rückgabewert wird die

mit `rd` gerundete Summe bzw. Produkt der ebenfalls mit `rd` gerundeten Skalare `x` und `y` erwartet.

Anders formuliert: Implementieren Sie die Addition und Multiplikation im Sinne der Gleitkommaarithmetik entsprechend Vorlesung, wobei die zu verwendende Rundungsfunktion als zusätzlicher Parameter übergeben wird.

- c) Schreiben Sie eine Funktion `c = binomA(a, b, rd)`, die die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$(\tilde{a} + \tilde{b})^2$$

auswertet und in der Variablen `c` zurückgibt, wobei \tilde{a} und \tilde{b} die mit `rd` gerundeten Werte von `a` und `b` sind und wobei die Ergebnisse von Addition und Multiplikation ebenso mit `rd` gerundet werden. Nutzen Sie hierfür die Funktionen `add` und `mult` aus der vorangegangenen Unteraufgabe.

- d) Schreiben Sie analog zur vorangegangenen Unteraufgabe eine Funktion `c = binomB(a, b, rd)`, die nun jedoch die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$a^2 + 2ab + b^2$$

auswertet.

- e) Nutzen Sie Ihre Funktionen `binomA` und `binomB` mit `rd = runden(·, L)`, um für $a = 0,012345$ und $b = -0,01234$ zu entscheiden, welche der beiden Darstellungen der binomischen Formel in diesem Fall die bessere ist. Betrachten Sie dabei verschiedene Werte für `L` und versuchen Sie das beobachtete Verhalten zu erklären. Schreiben Sie Ihre Antwort in eine Text-Datei mit dem Namen `beobachtungen.txt`.

Hinweis: Sie sollten Ihre Argumentation auf konkrete Daten stützen, die Sie ebenso in die Text-Datei aufnehmen.

- f) (2 TP Bonuspunkte)

Vergleichen Sie die Ausgabe der folgenden Ausdrücke in Python:

- `print(0.1)`
- `print(0.1*10 + 0.1*(-9))`
- `print(add(mult(0.1,10, rd), mult(0.1,-9, rd), rd))`

Hierbei soll `rd` das Runden in $\mathbb{G}(10, 5)$ mittels `runden(x, 5)` bezeichnen.

Welches Resultat erwarten Sie? Wie lassen sich die unterschiedlichen Ergebnisse erklären?

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Punkte unterteilen sich in Theoriepunkte (TP) und Programmierpunkte (PP). Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel, insbesondere der Programmieraufgaben.