

3. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I

WS 2020/2021

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2020/CoMaI.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2020/CoMaI.php)

**Abgabe: Do., 10. Dezember 2020, 12:15 Uhr**

**1. Aufgabe** (8 TP)

Für  $x, y, s \in \mathbb{R}$  mit  $x, y, s > 0$  soll auf einem Rechner überprüft werden, ob die Gleichheit

$$x + y = s \tag{1}$$

gilt. Dabei ist zu beachten, dass im Rechner nur  $\text{rd}(x)$ ,  $\text{rd}(y)$ ,  $\text{rd}(s)$  darstellbar sind und  $\text{eps} \leq 0.5$  gilt.

a) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die Prüfung von

$$\text{rd}(x) + \text{rd}(y) = \text{rd}(s) \tag{2}$$

nicht sinnvoll ist, da im Allgemeinen nicht „(1)  $\Rightarrow$  (2)“ gilt.

b) Zeigen Sie, dass die Abfrage

$$|\text{rd}(x) + \text{rd}(y) - \text{rd}(s)| \leq 4 |\text{rd}(s)| \text{eps} \tag{3}$$

in dem Sinne sinnvoll ist, dass „(1)  $\Rightarrow$  (3)“ gilt.

**2. Aufgabe** (8 PP + 2 TP Bonuspunkte)

a) Schreiben Sie eine Funktion `runden(x, L)`, die eine Eingabezahl  $x$  auf  $L$  Stellen rundet.

*Zur Klarstellung:* Dies soll gerade der Abbildung  $\text{rd}$  nach  $\mathbb{G}(10, L)$  aus der Vorlesung mit kaufmännischem Runden entsprechen, also insbesondere *nicht* der Darstellung als Festkommazahl.

b) Schreiben Sie Funktionen `add(x, y, rd)` und `mult(x, y, rd)`. Hierbei sind  $x$  und  $y$  skalare Zahlen und  $\text{rd}$  ist eine Rundungsfunktion (wie beispielsweise `runden(·, L)` aus der vorangegangenen Unteraufgabe für festes  $L$ ). Als Rückgabewert wird die

mit `rd` gerundete Summe bzw. Produkt der ebenfalls mit `rd` gerundeten Skalare `x` und `y` erwartet.

*Anders formuliert:* Implementieren Sie die Addition und Multiplikation im Sinne der Gleitkommaarithmetik entsprechend Vorlesung, wobei die zu verwendende Rundungsfunktion als zusätzlicher Parameter übergeben wird.

- c) Schreiben Sie eine Funktion `c = binomA(a, b, rd)`, die die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$(\tilde{a} + \tilde{b})^2$$

auswertet und in der Variablen `c` zurückgibt, wobei  $\tilde{a}$  und  $\tilde{b}$  die mit `rd` gerundeten Werte von `a` und `b` sind und wobei die Ergebnisse von Addition und Multiplikation ebenso mit `rd` gerundet werden. Nutzen Sie hierfür die Funktionen `add` und `mult` aus der vorangegangenen Unteraufgabe.

- d) Schreiben Sie analog zur vorangegangenen Unteraufgabe eine Funktion `c = binomB(a, b, rd)`, die nun jedoch die erste binomische Formel nach der Vorschrift

$$\tilde{a}^2 + 2\tilde{a}\tilde{b} + \tilde{b}^2$$

auswertet.

- e) Nutzen Sie Ihre Funktionen `binomA` und `binomB` mit `rd = runden(·, L)`, um für `a = 0,012345` und `b = -0,01234` zu entscheiden, welche der beiden Darstellungen der binomischen Formel in diesem Fall die bessere ist. Betrachten Sie dabei verschiedene Werte für `L` und versuchen Sie das beobachtete Verhalten zu erklären. Schreiben Sie Ihre Antwort in eine Text-Datei mit dem Namen `beobachtungen.txt`.

**Hinweis:** Sie sollten Ihre Argumentation auf konkrete Daten stützen, die Sie ebenso in die Text-Datei aufnehmen.

- f) (2 TP Bonuspunkte)

Vergleichen Sie die Ausgabe der folgenden Ausdrücke in Python:

- `print(0.1)`
- `print(0.1*10 + 0.1*(-9))`
- `print(add(mult(0.1,10, rd), mult(0.1,-9, rd), rd))`

Hierbei soll `rd` das Runden in  $\mathbb{G}(10, 5)$  mittels `runden(·, 5)` bezeichnen.

Welches Resultat erwarten Sie? Wie lassen sich die unterschiedlichen Ergebnisse erklären?

### 3. Bonusaufgabe (Quiz) (1 Bonus TP/PP)

Formulieren Sie eine Frage zur Vorlesung. Falls Sie die Antwort wissen, geben Sie die richtige Antwort und 3 falsche Antwortmöglichkeiten an.

## ALLGEMEINE HINWEISE

Die Punkte unterteilen sich in Theoripunkte (TP) und Programmierpunkte (PP). Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel, insbesondere der Programmieraufgaben.