

10. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK I

WS 2020/2021

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2020/CoMaI.php

Abgabe: Do., 11. Februar 2021, 12:15 Uhr

1. Aufgabe (4 TP)

Zeigen Sie, dass die Spaltensummennorm

$$\|A\|_1 = \max_{j=1,\dots,n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ zur Norm $\|\cdot\|_1$ auf \mathbb{R}^n gehört.

2. Aufgabe (4 TP)

Sei $n \in \mathbb{N}$.

a) Zeigen Sie, dass für beliebige $x \in \mathbb{R}^n$ die Ungleichung

$$\|x\|_1 \leq \sqrt{n} \|x\|_2$$

gilt. Bestimmen Sie ein $x \in \mathbb{R}^n$, $x \neq 0$ so dass Gleichheit gilt.

b) Zeigen Sie für beliebige $x \in \mathbb{R}^n$ die Ungleichung

$$\|x\|_2 \leq \|x\|_1.$$

Bestimmen Sie auch hier ein $x \in \mathbb{R}^n$, $x \neq 0$ so dass Gleichheit gilt.

3. Aufgabe (4 TP)

Wir suchen ein Polynom des Grades 1, also eine lineare Funktion der Form $p(x) = mx + b$, deren Graph durch die Punkte (x_i, y_i) , $i = 1, 2$ geht, wobei die x_i verschieden sein sollen. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem der Form $Av = w$ auf, mit einer 2×2 -Matrix A und Vektoren $v, w \in \mathbb{R}^2$, aus dessen Lösung sie die Koeffizienten m und b bestimmen können.

- a) Lösen Sie das Gleichungssystem (z. B. mittels des Gauss-Algorithmus) für die Wertepaare $(x_i, y_i) = (1, 1)$ und $(3, 9)$.
- b) Hat das Gleichungssystem für alle (x_i, y_i) , $i = 1, 2$, mit paarweise verschiedenen x_i eine eindeutige Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Bestimmen Sie die Kondition $\kappa(A)$ bezüglich der $\|\cdot\|_\infty$ Norm für die x_i aus Teilaufgabe a).

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Punkte unterteilen sich in Theoriepunkte (TP) und Programmierpunkte (PP). Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel, insbesondere der Programmieraufgaben.