

5. Übung zur Vorlesung

ANALYSIS I

WS 2020/2021

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2020/analysisI.php

Abgabe: Fr., 08. Januar 2021, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Ferner seien die Teilfolgen $(a_{2k})_{k \in \mathbb{N}}$, $(a_{2k+1})_{k \in \mathbb{N}}$ und $(a_{7k})_{k \in \mathbb{N}}$ konvergent. Zeigen Sie, dass dann auch die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Zu gegebenen Mengen A, B betrachten Sie die Menge

$$M(A, B) := \{f : A \rightarrow B\}$$

der Abbildungen von A nach B . Bestimmen Sie für jede der 16 möglichen Wahlen von A und B aus der Liste

$$\{0\}, \{0, 1\}, \mathbb{N}, \mathbb{R},$$

ob die Menge $M(A, B)$ endlich, abzählbar oder überabzählbar ist.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge, die gegen den Grenzwert a konvergiert. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Definitionen:

- $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N}$ mit $|a_n - a| < \varepsilon$ ($\forall n \geq n_0$).
- $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N}$ mit $a_n \in B_\varepsilon(a)$ ($\forall n \geq n_0$).
- $\forall U$ mit U ist eine Umgebung von a : $\exists n_0 \in \mathbb{N}$ mit $a_n \in U$ ($\forall n \geq n_0$).
- $\forall O$ mit O ist eine offene Menge, die a enthält: $\exists n_0 \in \mathbb{N}$ mit $a_n \in O$ ($\forall n \geq n_0$).

4. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $b \in \mathbb{N}$ und $b \geq 2$. Zeigen Sie, dass sich jede reelle Zahl $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq 0$ als b -adischer Bruch darstellen lässt.

5. Aufgabe (4 Bonuspunkte)

Ein unbekanntes, nicht tödliches, aber nie ausheilendes Virus hat die Menschheit befallen. Am 01.12.2020 betrug die Anzahl der infizierten Menschen $x_0 = 1000$. Die Anzahl der infizierten Menschen hat eine tägliche Wachstumsrate von 10 Prozent.

- Wie viele Infizierte sind nach 10 Tagen bzw. am Silvester vorhanden?
- Nach wieviel Tagen hat sich die Anzahl der infizierten Menschen verzehnfacht bzw. ver-hundertfacht?

ALLGEMEINE HINWEISE

Bitte beachten Sie die auf der Vorlesungshomepage angegebenen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Übungszettel.