

4. Übung zur Vorlesung

ANALYSIS III

WS 2021/2022

http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2021/AnalysisIII.php

Abgabe: Di., 30. November 2021, 12:00 Uhr

1. Aufgabe (8 TP)

Definiere die Folge von Teilmengen $A_k \subset \mathbb{R}$ sowie die Cantor-Menge $C \subset \mathbb{R}$ durch

$$A_1 = [0, 1], \quad A_{k+1} = \frac{1}{3}A_k \cup \frac{1}{3}(A_k + 2), k \geq 1, \quad C = \bigcap_k A_k.$$

- a) Zeigen Sie, dass C eine Nullmenge ist.
- b) Zeigen Sie, dass C überabzählbar ist.

2. Aufgabe (4 TP)

Zeigen Sie, dass jede monoton wachsende (oder fallende) Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ Borel-messbar ist.