

5. Übung zur Vorlesung

ANALYSIS III

WS 2021/2022

[http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS\\_2021/AnalysisIII.php](http://numerik.mi.fu-berlin.de/wiki/WS_2021/AnalysisIII.php)

**Abgabe: Di., 7. Dezember 2021, 12:00 Uhr**

**1. Aufgabe** (4 P)

Zeigen Sie, dass die Vervollständigung eines Maßraums  $(\Omega, \Sigma, \mu)$  vollständig ist.

**2. Aufgabe** (4 P)

Sei  $(\Omega, \Sigma, \mu)$  ein Maßraum und  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  eine einfache Funktion. Zeigen Sie, dass  $\int_{\Omega} f d\mu$  wohldefiniert ist, d.h. dass für zwei Darstellungen

$$f = \sum_{i=1}^n c_i \chi_{A_i} = \sum_{j=1}^m d_j \chi_{B_j}$$

mit  $A_i, B_j \in \Sigma$  und  $c_i, d_j \in \mathbb{R}_0^+$  für das Integral

$$\int_{\Omega} f d\mu = \sum_{i=1}^n c_i \mu(A_i) = \sum_{j=1}^m d_j \mu(B_j)$$

gilt.